

Cours fondamental de Logique Mathématique II: *théorie de la démonstration, calculabilité, complexité*

Hervé FOURNIER et Thierry JOLY

M2 LMFI 2015-2016

1 Présentation

2 Programme

- **Théorie de la démonstration :**
 - Théorème de complétude par les témoins de Henkin pour la déduction naturelle et le calcul des séquents
 - Déduction naturelle du premier ordre : Système NJ. Logique intuitionniste et son interprétation BHK. Élimination des coupures de NJ. Propriétés de la sous-formule et du témoin existentiel dans NJ, puis dans HA (arithmétique intuitionniste).
 - Calcul des séquents du premier ordre : Calculs LJ et LK. Élimination des coupures et théorème du séquent médian. Théorème de Herbrand.
 - Lambda-calcul. Propriétés de confluence et de standardisation. Représentation des fonctions récursives. Système T. Correspondance de Curry-Howard. Réalisabilité, correction des programmes et propriété de normalisation forte.
- **Calculabilité :**
 - Fonctions récursives et fonctions calculables par machine
 - Caractérisation logique des fonctions calculables
 - Théorème smn et théorèmes de point fixe
 - Notions de réduction et problèmes indécidables
- **Complexité :**
 - Classes de complexité en temps ; théorème de hiérarchie Temps non-déterministe, classe NP, complétude du problème SAT (théorème de Cook-Levin)
 - Classes en espace : hiérarchie ; lien entre espace déterministe et non-déterministe (théorème de Savitch) ; clôture par complément des classes non-déterministes (théorème d'Immerman Szelepcsényi)
 - Classes probabilistes, hiérarchie polynomiale
 - Comptage : complétude du permanent, théorème de Toda (le comptage est aussi difficile que la hiérarchie polynomiale)
 - Introduction au théorème PCP

3 Bibliographie

- 1 Sanjeev Arora, Boaz Barak. Computational Complexity : A Modern Approach. Cambridge, 2009.
- 2 René Cori, Daniel Lascar. Logique mathématique, tome 2 : Fonctions récursives, théorème de Gödel, théorie des ensembles, théorie des modèles. Dunod, 2003.
- 3 René David, Karim Nour, Christophe Raffalli. Introduction à la logique – Théorie de la démonstration. Dunod, 2004.

- 4 J.-L. KRIVINE : Lambda-calcul : Types et Modèles (Masson, 1990, ou E. HORWOOD : Lambda-calculus : types and models – version augmentée, en anglais, 1992).
- 5 Christos Papadimitriou. Computational Complexity. Addison-Wesley, 1994.
- 6 Sylvain Perifel. Complexité algorithmique. Ellipses, 2014.