

# Cours fondamental de Logique Mathématique I: *théorie des modèles et théorie des ensembles, incomplétude*

Todor TSANKOV

M2 LMFI 2015-2016

## 1 Programme

- **Éléments de théorie des modèles** : Compacité ; extensions élémentaires ; théorèmes de Löwenheim-Skolem méthode des diagrammes ; théorèmes de préservation ; élimination des quantificateurs ; décidabilité de quelques théories axiomatiques ultraproducts ; théorème de Los espace des types ; omission des types ;  $\omega$ -catégoricité ; théorème de Ryll-Nardzewski.
- **Éléments de théorie des ensembles axiomatique** : ordinaux ; récurrence transfinie ; axiome du choix et énoncés équivalents cardinaux ; arithmétique des cardinaux infinis axiome de fondation ; hiérarchie de von Neumann ; schéma de réflexion quelques résultats de cohérence relative.
- **Incomplétude** : arithmétique formelle : axiomes de Peano (faible) ; arithmétisation de la logique théorèmes d'indécidabilité ; premier théorème d'incomplétude de Gödel second théorème d'incomplétude de Gödel.

## 2 Bibliographie

- 1 C.C. CHANG & H.J. KEISLER, Model Theory, North-Holland, 1990.
- 2 R. CORI & D. LASCAR, Logique mathématique : cours et exercices, Dunod, 2 tomes, 2003.
- 3 W. HODGES, Model Theory, Cambridge University Press, 1993.
- 4 J.L. KRIVINE, Théorie des Ensembles, Cassini, 1998.
- 5 K. KUNEN, Set Theory. An Introduction To Independence Proofs, Studies in Logic and the Foundations of Mathematics, North-Holland, 1980. (Une version plus récente, légèrement changée, existe : Set Theory, Studies in Logic : Mathematical Logic and Foundations, College Publications, 2011.)
- 6 B. POIZAT, Cours de Théorie des Modèles, Nur al-Mantiq wal-Ma'rifah, 1985, distribué par Offilib. (Il existe aussi une version anglaise : A course in Model Theory : An introduction to Contemporary Mathematical Logic, Springer Verlag, 2000.)
- 7 J.R. SHOENFIELD, Mathematical Logic, Addison-Wesley, 1967. (Reprint : A. K. Peters Ltd., Massachusetts, 2001.)
- 8 K. Tent & M. Ziegler, A Course in Model Theory, Lecture Notes in Logic, Cambridge University Press, 2012.