

Algèbre et analyse élémentaires I

MM1 (9 ECTS, coef. 3)

Modalités d'évaluation : contrôle continu et examen terminal

Pré-requis : Bac S

Parcours intégrant obligatoirement cette UE : elle fait partie du tronc commun.

Parcours pouvant intégrer cette UE : tous les autres parcours.

Programme des enseignements

Ensembles et applications

- inclusion, partie, réunion, intersection, complémentaire; nombre de parties d'un ensemble à n éléments;
- produit cartésien de deux ensembles;
- application d'un ensemble dans un autre, restriction d'une application, image d'une partie; composée; bijection, bijection réciproque.

Nombres complexes

- partie réelle et imaginaire, module et argument (et leur interprétation géométrique); inégalité triangulaire;
- calcul de l'inverse d'un nombre complexe non nul;
- calcul des racines carrées d'un nombre complexe; équation du second degré à coefficients complexes;
- nombres complexes de module 1, formule de Moivre, applications à la trigonométrie;
- racines n -ième de l'unité, équation $z^n = a$.
- interprétation géométrique des applications $z \rightarrow az + b$ et $z \rightarrow \bar{z}$.

Fonctions polynôme

- unicité des coefficients de la forme développée d'une fonction polynôme réelle; degré d'une fonction polynôme, degré d'un produit;
- factorisation, factorisation par $(x - a)$ et racine; notion de racine multiple;
- présentation pratique sans démonstration de la division euclidienne des fonctions polynômes réelles;
- formule du binôme, coefficients $\binom{n}{p}$ (formule de récurrence et calcul); nombre de parties à p éléments d'un ensemble à n éléments.

Introduction à l'algèbre linéaire

- vecteurs de \mathbb{R}^n , combinaisons linéaires; sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^n , sous-espace engendré; vecteurs indépendants; base d'un sous-espace; recherche d'une base; exemples des plans et des droites de \mathbb{R}^3 ;
- équation linéaire $\sum_{i=1}^p x_i \vec{u}_i = \vec{b}$, où $\vec{u}_i, \vec{b} \in \mathbb{R}^n$, écriture sous forme d'un système d'équations; sous-espace de \mathbb{R}^n défini par une équation linéaire homogène;
- résolution des systèmes d'équations linéaires.

- droites et plans affines dans \mathbb{R}^3 (on pourra utiliser le produit scalaire et introduire le produit vectoriel) ;

Fonctions continues

- rappel et pratique du théorème des valeurs intermédiaires ; énoncé du théorème "toute fonction continue sur un segment a un maximum et un minimum" ;
- énoncé sans démonstration du théorème sur les fonctions et les suites croissantes majorées ;
- fonction continue strictement monotone et continuité de la bijection réciproque ; fonctions Arc sinus et Arc tangente.

Fonctions dérivables

- rappels sur dérivée et tangente en un point ;
- rappel (sans démonstration) de l'inégalité de la moyenne :
si $|F'| \leq M$, alors $|F(b) - F(a)| \leq M|b - a|$
(vue en TS sous la forme : si $m \leq f \leq M$, alors $m(b - a) \leq \int_a^b f(t) dt \leq M(b - a)$) ;
- dérivée de la réciproque d'une fonction strictement monotone dérivable ;
- notation a^b , où $a > 0$; rappels sur les fonctions puissance, logarithme et exponentielle ; fonctions sinus et cosinus hyperbolique ;
- exemples d'étude de fonctions au niveau d'une classe de Terminale S, recherche d'une droite asymptote ;
- exemples d'étude de suites $u_n = f(n)$ et de suites itératives $u_{n+1} = f(u_n)$.

Fonctions de deux variables réelles

- dérivée partielle ;
- exemples d'étude de surface $z = f(x, y)$ par sections planes ; vecteur gradient ; plan tangent en un point (existence admise).

Objectifs : Initiation à la pratique des fonctions et des vecteurs de \mathbb{R}^n .