

# Algèbre et analyse fondamentales I

MM3 (12 ECTS, coef. 4)

**Modalités d'évaluation :** contrôle continu et examen terminal

**Pré-requis :** S1 et S2 mathématiques

**Parcours intégrant obligatoirement cette UE :** Mathématiques, Mathématiques et Informatique

**Parcours pouvant intégrer cette UE :** tout autre parcours, à l'appréciation du directeur d'études

## Programme des enseignements

**Retour sur les fondamentaux de l'analyse réelle** – borne supérieure d'une partie de  $\mathbb{R}$  non vide et majorée (on pourra admettre l'existence) ; toute suite ou fonction croissante et majorée a une borne supérieure ;

- théorème de Bolzano-Weierstrass pour un segment ; démonstration des théorèmes sur les fonctions continues (la notion de suite de Cauchy n'est pas nécessaire) ;
- l'image d'un intervalle par une fonction continue est un intervalle,
- toute fonction continue sur un segment a un maximum et un minimum,
- toute fonction continue sur un segment est uniformément continue ;
- fonction intégrable (Riemann) sur un segment, définition et propriétés de l'intégrale ; toute fonction monotone ou continue est intégrable ; toute fonction continue sur un intervalle a des primitives.

**Séries numériques et intégrales impropres** – série numérique, convergence ; série géométrique, série de Riemann ; théorème de comparaison ; convergence absolue ;

- série alternée ; exemples d'utilisation de la transformation d'Abel ;
- intégrale impropre, convergence ; théorème de comparaison ; convergence absolue ;
- comparaison entre série et intégrale.

**Déterminant** – déterminant d'une matrice à coefficients dans  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$  ; déterminant de la transposée et d'un produit ; méthodes de calcul d'un déterminant ;

- caractérisation des matrices inversibles ;
- produit vectoriel et produit mixte dans l'espace euclidien  $\mathbb{R}^3$  usuel ;

**Diagonalisation et trigonalisation (en dimension finie)** – valeur propre, vecteur propre et sous-espace propre d'un endomorphisme ; polynôme caractéristique ;

- endomorphisme et matrice diagonalisable, critère de diagonalisation ;
- endomorphisme et matrice trigonalisable, critère de trigonalisation ;
- structure des matrices carrées réelles de taille 2 ;
- théorème de Cayley-Hamilton ;
- polynôme minimal, sous-espace stable.

**Systèmes différentiels linéaires à coefficients constants** – résolution d'un système différentiel linéaire à coefficients constants  $X' = AX$  dans le cas  $A$  diagonalisable ; exemples de résolution dans le cas trigonalisable ; base de solutions.

- systèmes avec second membre : méthode de variation de la constante vectorielle.

**Objectifs :** Retour sur les bases de l'Analyse et approfondissement en Algèbre linéaire