

# Algèbre et analyse fondamentales II

MM4 (12 ECTS, coef. 4)

**Modalités d'évaluation :** contrôle continu et examen terminal

**Pré-requis :** S1,S2,S3 Mathématiques

**Parcours intégrant obligatoirement cette UE :** Mathématiques, Mathématiques et Informatique

**Parcours pouvant intégrer cette UE :** tous les autres parcours.

## Programme des enseignements

### Intégrale double

- fonction intégrable sur un domaine borné convenable de  $\mathbb{R}^2$  et notion d'aire (pas de théorie) ; calcul d'une intégrale double par intégrales simples successives (admis) ;
- changement de variables pour les coordonnées polaires.

### Séries de fonctions

- série de fonctions convergente ; convergence uniforme et convergence normale ;
- théorèmes de passage à la limite terme à terme, de continuité de la somme, d'intégration terme à terme et de dérivabilité de la somme ;
- exemples d'utilisation de la transformation d'Abel ;
- séries entières, rayon de convergence ; intégration et dérivation terme à terme ; produit de deux séries entières ;
- développement des fonctions usuelles, fonctions développables en série entière.

### Intégrales à paramètre

- intégrale (à paramètre réel) sur un segment : continuité et dérivation sous le signe somme ;
- intégrale impropre à paramètre : continuité et dérivation sous le signe somme.

### Forme bilinéaire symétrique et forme quadratique (sur $\mathbb{R}$ )

- forme bilinéaire symétrique, forme quadratique, identité de polarisation ; vecteurs orthogonaux, orthogonal d'un sous-espace ; forme non dégénérée ;
- (en dimension finie) matrice d'une forme bilinéaire dans une base, expression matricielle ; formule de changement de base ;
- (en dimension finie) décomposition d'une forme quadratique en une somme de carrés de formes linéaires indépendantes ; existence et recherche de bases orthogonales.

### Espace euclidien

- produit scalaire, norme euclidienne ; inégalité de Cauchy-Schwarz ; théorème de Pythagore ;
- sous-espaces orthogonaux ; projection et symétrie orthogonale ;
- (en dimension finie) base orthonormée, coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormée (expression du produit scalaire et de la norme) ; orthonormalisation de Gram-Schmidt ;
- isométrie d'un espace euclidien de dimension finie ; matrice orthogonale ; groupe orthogonal ; classification des matrices orthogonales de taille 2 ; rotation et symétrie vectorielle en dimension 2 ou 3.

### Endomorphisme symétrique d'un espace euclidien

- adjoint d'un endomorphisme d'un espace euclidien, matrice de l'adjoint ; endomorphisme symétrique ;

- diagonalisation des matrices symétriques réelles dans le groupe orthogonal ; recherche d'une base orthonormée orthogonale pour une forme quadratique donnée ; recherche des axes d'une ellipse ou d'une hyperbole.

**Objectifs :** Outils fondamentaux de l'analyse, algèbre des espaces euclidiens ou hermitiens.