

Probabilités et statistiques

PS4 (6 ECTS, coef. 2)

Modalités d'évaluation : contrôle continu et examen terminal

Pré-requis : il est nécessaire de connaître au moins les séries numériques, les intégrales impropres, les intégrales doubles.

Parcours intégrant obligatoirement cette UE :

Parcours pouvant intégrer cette UE : Mathématiques, Mathématiques et Informatique, et tout autre parcours, à l'appréciation du directeur des études.

Programme des enseignements

1. Modèle probabiliste associé à une expérience aléatoire (espace fondamental, événements, probabilité). Cas des espaces fondamentaux finis et probabilités uniformes : combinatoire
2. Variables aléatoires et lois de variables : cas discret, discret réel, réel continu en unidimensionnel. Fonction de répartition, densité.
Variables bidimensionnelles : lois jointes, lois marginales dans le cas discret et dans le cas continu.
3. Conditionnement, indépendance
4. Variables numériques : espérance, variance, inégalité de Markov, inégalité de Bienaymé-Tchébychev, loi faible des grands nombres.
Énoncé du théorème de la limite centrale, sans preuve.
5. Modèle statistique associé à une expérience aléatoire (espace fondamental, événements, famille de probabilités indexées par un paramètre réel) : quelle connaissance sur le paramètre apporte le résultat de l'expérience ?
 - notion d'échantillon d'une loi, vraisemblance d'un échantillon
 - estimateur ponctuel d'un paramètre (estimateur empirique, estimateur du maximum de vraisemblance), qualités des estimateurs (biais, risque quadratique)
 - estimation par intervalle d'un paramètre réel : intervalle de confiance, niveau de confiance (ceci est abordé dès la seconde dans les thèmes statistiques)
 - test d'une hypothèse simple contre une alternative : décision, erreurs de décision, niveau, statistique du test. Trois exemples : test sur le paramètre d'une loi de Bernoulli, test sur la moyenne d'une loi normale, test du χ^2 d'adéquation dans le cas discret fini (vu en Terminale), test du χ^2 d'indépendance dans le cas discret.

Objectifs : Montrer que la théorie des probabilités, même à un niveau élémentaire et en admettant certains théorèmes, permet d'apporter des connaissances certaines dans une situation où il y a de l'aléa.