

Simulations probabilistes

Code 31HU04MM (U1PS36), 3 ECTS, Semestre S6

Prérequis : Probabilités (S4), calcul intégral (S5), algèbre fondamentale II (S4); complète le cours de probabilités (S6) **Évaluation :** projet informatique

Mentions concernées : Mathématiques Parcours Math. App. et Math. Fond.

Horaires hebdomadaires : 3 h TP

Objectifs

Maîtriser les bases de la programmation sous Scilab, effectuer des simulations de façon autonome pour illustrer les notions vu en cours de Probabilités (S6), mener à bien un projet.

Programme

1. *Variable aléatoire réelle*
 - Prise en main de Scilab,
 - Présentation de la fonction rand,
 - Simulation d'une variable aléatoire réelle par inversion de la fonction de répartition, inverse généralisée.
2. *Famille de variables réelles indépendantes* ~ 2 semaines
 - Simulation d'un grand nombre de variables réelles, représentation d'un "diagramme en bâtons", visualisation de la loi des grands nombres
 - Représentation de la fonction de répartition empirique, visualisation du théorème de Glivenko-Cantelli.
3. *Vecteur aléatoire*
 - Simulation d'un couple de variables réelles non indépendantes à l'aide de la densité conditionnelle,
 - Appartenance d'un tel couple à une droite si la matrice de covariance est non inversible.
 - Simulation d'un vecteur gaussien centré réduit (X, Y) de \mathbb{R}^2 par la méthode de Box-Muller ($X^2 + Y^2 \sim \mathcal{E}(1/2)$, $\arctan(Y/X) \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$), simulation d'un vecteur gaussien de \mathbb{R}^n par transformation linéaire d'un vecteur gaussien centré réduit.
4. *Convergence en loi*
 - Illustration du TCL,
 - Illustration d'autres convergences en loi (uniforme discrète vers continue, binomiale vers Poisson...).
5. *Chaînes de Markov*
 - Simulation de chaînes de Markov à espace d'état fini,
 - Visualisation de la convergence des densités de présence en chaque état vers la mesure invariante,
 - simulation d'une mesure comme mesure invariante d'une chaîne de Markov (algorithme de Métropolis).

Logiciel utilisé : Scilab.