

Algèbre et Analyse élémentaires II

Code MA2, 12 ECTS, Semestre S2

Prérequis : MM1 Évaluation : Contrôle continu et examen final

Mentions concernées : MIASHS

Horaires hebdomadaires : 4 h CM + 6 h TD

Objectifs

Maîtrise de l'algèbre linéaire élémentaire et des bases sur les polynômes. En analyse : suites, fonctions, limites. Maîtrise des techniques fondamentales du calcul : dérivées, primitives. Ces outils et objets sont essentiels pour tous les autres cours en mathématiques et dans d'autres disciplines.

Programme

1 Algèbre

1. Polynômes (racines, factorisation, énoncé du théorème de D'Alembert-Gauss, division euclidienne).
2. Espaces vectoriels, bases, dimension, applications linéaires et matrices. Image, noyau, transposition. Rang, changement de base.
3. Sous-espaces supplémentaires, projections et symétries.
4. Exemples d'espaces vectoriels de matrices, de polynômes, de fonctions. Exemples en dimension 2 : déterminant en dimension 2, suites récurrentes et équations différentielles d'ordre 2.

2 Analyse

2.1 Fonctions continues et dérivables (3 semaines + 2,5 semaines)

1. Toute fonction continue sur un segment admet un maximum et un minimum.
2. Théorème des valeurs intermédiaires.
3. Théorème de Rolle, théorème des Accroissements finis.
4. Formules de Taylor. Application à des encadrements (notamment de $\sin(x)$, $\cos(x)$, $\exp(x)$ ou $\ln(1+x)$).

2.2 Intégrale sur un fermé borné (4 semaines)

1. Intégrale des fonctions en escalier morceaux, idée de la définition de l'intégrale d'une fonction continue par morceaux en l'approximant par des fonctions en escalier.
2. Théorème fondamentale de l'Analyse : existence de primitive pour les fonctions continues par morceaux.
3. Intégration par parties, changement de variables.
4. Primitives de fonctions rationnelles P/Q , où Q est un produit de facteurs de degré 1, ou de la forme T , $(X-a)T$ ou T^2 , où T est de degré 2 (on pratiquera sans théorie la décomposition en éléments simples dans ces cas-là).
5. Primitives de fonctions polynômes ou rationnelles en sinus et cosinus.

2.3 Equations différentielles linéaires (2,5 semaines)

1. Equation $y' = a(x)y + b(x)$ et méthode de variation de la constante.
2. Dérivée de $t \mapsto \exp(iat)$, où a appartient à \mathbb{R} . Equations linéaires du second ordre à coefficients constants et second membre de la forme $P(x)\exp(ax)$, où P est une fonction polynôme.