Algèbre et analyse fondamentales II

Code MA4, 9 ECTS, Semestre S4

Prérequis : S1-S3 L MIASHS **Évaluation :** Contrôle continu et examen final
Mentions concernées : MIASHS
Horaires hebdomadaires : 3 h CM + 4,5 h TD

Objectifs

Maîtrise de notions fondamentales en mathématiques. Algèbre : algèbre bilinéaire et euclidienne, coniques. Analyse : intégration, suites et séries de fonctions.

Programme

1 Algèbre

— Formes bilinéaires, formes quadratiques, signature, décomposition de Gauss.
— Produit scalaire, base orthonormée, projection et symétrie orthogonale. Orthonormalisation de Gram-Schmidt.
— Endomorphisme orthogonal, symétrique, diagonalisation des matrices symétriques réelles. Groupe orthogonal.
— Coniques (affines et métriques).

2 Analyse

2.1 Suites et séries de fonctions

1. Suites de fonctions.
   (a) Convergence simple, convergence uniforme.
   (b) La limite uniforme de fonctions continues est continue.
   (c) Interversion limite et dérivation, limite et intégration.
2. Séries de fonctions.
   (a) Convergence uniforme et convergence normale.
   (b) Théorèmes de passage à la limite terme ç terme, de dérivation terme à terme, d'intégration terme à terme.
3. Séries entières.
   (a) Série entière, rayon de convergence. Convergene normale sur tout disque fermé contenue dans le disque ouvert de rayon le rayon de convergence.
   (b) Développement des fonctions en séries entières. Fonction développable en série entière.
   (c) Produit de deux séries entières.

3 Construction de l'intégrale de Riemann

1. Continuité uniforme. Théorème de Heine (toute fonction continue sur un segment est uniformément continue).
2. Fonction Riemann intégrable sur un segment. Intégrale de Riemann d'une fonction Riemann intégrable.
3. Propriétés de l'intégrale.
4. Intégrabilité des fonctions monotones, des fonctions continues par morceaux.

3.1 Fonctions de plusieurs variables

1. Fonctions de plusieurs variables. Dérivées partielles d'ordre 1 et supérieur. Théorème de Schwarz pour une fonction C^2. Exemples de courbes données sous forme implicite.
2. Intégrales doubles élémentaires.
   Intégrale de la forme $\int_A f(x,y)dxdy$, où f est une fonction continue, et A est un carré, ou un domaine de la forme $A = \{(x,y),\ x \in [a,b],\ h_1(x) < y < h_2(x)\}$ avec h_1 et h_2 continues. Interprétation comme volume sous la surface d'équation $z = f(x,y)$.