

Algèbre et analyse fondamentales I

Code MM3, 12 ECTS, Semestre S3

Prérequis : L1 Mathématiques **Évaluation :** Contrôle continu et examen final

Mentions concernées : Mathématiques

Horaires hebdomadaires : 4 h CM + 6 h TD

Objectifs

Maîtrise de notions fondamentales en mathématiques. Algèbre : réduction des endomorphismes, systèmes différentiels linéaires. Analyse : développements limités, séries numériques, intégrales impropres. Étude locale de courbes paramétrées planes.

Programme

1 Algèbre

1.1 Notion de groupe

1. Notion de groupe.
2. Etude succincte du groupe symétrique : cycles, transposition, définition de la signature.

1.2 Algèbre linéaire

1. Déterminant, polynôme caractéristique (matrices et endomorphismes).
2. Valeurs propres, espaces propres.
3. Endomorphismes et matrices diagonalisables. Exemples de matrices triangulables.
4. Polynômes d'endomorphismes, énoncé du théorème de Cayley-Hamilton.
5. Système différentiel linéaire à coefficients constants.

2 Analyse

2.1 Développements limités

1. Fonctions négligeables devant une autre en un point, notation $f(x) = o(g(x))$ en $x = a$. Principales propriétés de cette relation (notamment transitivité et multiplicativité).
2. Définition d'un développement limité à l'ordre n en un point. Unicité. Cas d'une fonction paire, d'une fonction impaire. Développement à l'ordre 0 (continuité) et à l'ordre 1 (dérivabilité).
3. Calcul des développements limités : tronquer un polynôme, développement limité d'une somme, d'un produit, d'une composée.
4. Existence du développement limité à l'ordre n pour une fonction ayant une dérivée n^e .
5. Développement limité d'une primitive. Développement limité des fonctions usuelles.
6. Applications des développements limités au calcul des limites et à l'étude locale de fonctions (y compris position du graphe par rapport à une asymptote).

2.2 Courbes paramétrées planes

1. Courbes paramétrées planes.
2. Vecteur tangent, étude locale en un point régulier ou singulier, asymptote.

2.3 Séries numériques et intégrales impropres

1. Séries numériques.
 - (a) Séries numériques, convergence et convergence absolue.
 - (b) Séries géométrique, série de Riemann.
 - (c) Théorèmes de comparaison.
 - (d) Exemples d'utilisation de la transformation d'Abel : séries alternées.
2. Intégrales impropres.
 - (a) Intégrale impropre, convergence et convergence absolue.
 - (b) Intégrales de Riemann.
 - (c) Théorèmes de comparaison.
 - (d) Comparaison entre série et intégrale.