Probabilités discrètes

Code PR4, 9 ECTS, Semestre S4

Prérequis : Analyse fondamentale **Évaluation :** Contrôle continu et examen final
Mentions concernées : MIASHS
Horaires hebdomadaires : 5 h C/TD

Objectifs

Définition et caractérisation de la loi d'une variable discrète, manipulation de sommes discrètes (pour le calcul de moments, etc...), loi jointe d'un couple de variables discrètes, indépendance d'événements et de variables discrètes.

Programme

1. **Variable aléatoire discrète**
   — notion d'espace de probabilités (univers, événements, probabilité), définition d'une variable aléatoire, d'une réalisation,
   — probabilité conditionnelle, formule des probabilités totales, formule de Bayes, indépendance d'événements (deux à deux, mutuelle, famille finie ou infinie),
   — loi des variables aléatoires discrètes (i.e. espace d'états fini ou dénombrable),
   — en parallèle aux points précédents et suivants : notions élémentaires sur les ensembles et les applications, dénombrement, calcul de sommes (utilisation des séries numériques et des séries entières),
   — lois usuelles, e.g. équirépartition, Bernoulli, binomiale, hypergéométrique, Poisson, géométrique, binomiale négative, Pareto discrète (Zêta),
   — fonction de répartition,
   — espérance, variance, moments, inégalité de Markov, inégalité de Bienaymé-Tchebychev, intervalle de fluctuation,
   — calcul de la loi de $Y = f(X)$ à partir de celle de X (exemples simples en discret),
   — fonctions génératrices.
2. **Couple de variables aléatoires discrètes**
   — loi jointe de variables discrètes, loi marginale,
   — loi conditionnelle (discrète),
   — indépendance de variables aléatoires discrètes, modèle du pile ou face infini (admis),
   — loi d'une fonction de deux variables discrètes (exemples simples : e.g. X et Y Poisson indépendantes, calcul de la loi de $X + Y$), utilisation des fonctions génératrices,
   — calcul de la loi du min et max de variables indépendantes,
   — covariance, corrélation,
   — énoncé de la loi faible des grands nombres et preuve dans le cas L^2 par Bienaymé-Tchebychev
   — convergence en loi : hypergéométrique vers binomiale, binomiale vers Poisson.

Développements possibles : marches aléatoires, chaînes de Markov (espace d'états fini), statistiques descriptives.