

Probabilités

Code PS4, 6 ECTS, Semestre S4

Prérequis : Analyse fondamentale (S3) **Évaluation :** Contrôle continu et examen final

Mentions concernées : Mathématiques

Horaires hebdomadaires : 2 h CM + 3 h TD

Objectifs

Définition et caractérisation de la loi de variables aléatoires discrètes ou réelles à densité, manipulation de sommes discrètes et calcul intégral (pour le calcul de moments, de fonctions génératrices...), indépendance d'événements et de variables discrètes ou à densité, notion de loi jointe en particulier dans le cadre discret (variables indépendantes ou non).

Programme

1. *Espace de probabilités*
 - espace de probabilités $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$,
 - premières propriétés de \mathbb{P} ,
 - exemples issus de la combinatoire (description de Ω fini, muni de la tribu des parties de Ω et de la probabilité uniforme).
 - lien entre fonctions indicatrices d'ensembles et opérations sur les ensembles,
 - indépendance d'événements (deux événements, famille finie et infinie),
 - conditionnement par un événement, formule de Bayes.
2. *Variables aléatoires*
 - définition des variables aléatoires discrètes et réelles,
 - loi des variables discrètes ($\mathbb{P}(X = i) = \dots$), loi des variables réelles à densité ($\mathbb{P}(X \leq t) = \dots$), fonction de répartition,
 - lois usuelles,
 - espérance, variance,
 - calcul de la probabilité de $\{X \in A\}$ dans le cas discret et dans le cas à densité, manipulation des sommes et des intégrales.
3. *Manipulation des variables aléatoires*
 - inégalités de Markov et Tchebichev,
 - Calcul de la loi de $Y = f(X)$ dans le cas X et Y discrets, X à densité et Y discret, X et Y à densité via la fonction de répartition ; rappel de la formule de changement d'une variable réelle.
4. *Cadre discret*
 - fonction génératrice d'une variables entière, lien avec les moments, caractérisation de la loi,
 - loi jointe de variables discrètes, lois marginales, loi d'une fonction de deux variables,
 - indépendance de variables discrètes (2 variables, famille de variables),
 - fonction génératrice d'un couple de variables discrètes (règles de sommation de réels positifs admises), caractérisation de l'indépendance par les fonctions génératrices,
5. *Familles de variables aléatoires*
 - loi jointe, densité d'un couple de variables réelles (analogie avec le cas discret),
 - indépendance de variables réelles (2 variables, famille de variables),
 - loi du maximum et du minimum d'une famille finie de variables réelles indépendantes,
 - loi faible des grands nombres.