

## Progression du cours

### Cours du 6 septembre 2017

*Groupes*: Nous avons commencé à parcourir les notes de C. Gille sur les groupes jusqu'au paragraphe 2.2. Nous avons corrigé les exercices 1.12 et 1.13.

### Cours du 13 septembre 2017

*Groupes*: Nous avons continué le cours sur les groupes jusqu'aux exemples après la proposition 2.16. Jean-Claude Mbwaki a présenté en développement possible à la leçon 101 le résultat suivant: Si un groupe de cardinal  $n$  admet au plus un sous-groupe de cardinal  $d$  pour tout  $d$  diviseur de  $n$  alors il est cyclique. Ce résultat apparaît dans le livre de Delcourt, exercice 1.1.12.

### Cours du 20 septembre 2017

*Groupes/Groupe symétrique*: Nous avons continué le cours sur les groupes jusqu'au principe de conjugaison, section 3.2. Nous avons corrigé l'exercice 2.17, l'exercice 2.8 et l'exercice 3.6.

### Cours du 27 septembre 2017

*Groupe symétrique/Actions de groupes*: Nous avons fini de parler du groupe symétrique. Vous devez faire les exercices 3.9 (avec en plus le calcul du centre du groupe alterné) et 3.13. Nous avons ensuite regardé le chapitre 5 des notes de Catherine (en lien avec la leçon 158), jusqu'à la proposition 5.4. Les exemples géométriques 1, 4, 5, 6 (des pages 14-15) sont laissés à ceux qui sont à l'aise en géométrie.

### Cours du 4 octobre 2017

*Fin action de groupes/Algèbre linéaire*: Nous avons corrigé le point manquant dans l'exercice 2.19 de Oraux X-ENS t1 Algèbre: Un ensemble  $S$  de transpositions engendre le groupe symétrique ssi le graphe associé est connexe. Ensuite nous avons fini de regarder le poly de Catherine et sommes passé au poly de Georges, chapitre 4. Nous avons développé particulièrement les points suivants : sommes et sommes directes de sous-espaces vectoriels, sous-espaces vectoriels supplémentaires, projections et symétries vectorielles. Nous avons fait l'exercice 4.1. À regarder tout seuls l'exercice 4.4.

### Cours du 11 octobre 2017

*Algèbre linéaire*: Nous avons expliqué la notion de famille et fini le chapitre 4. Nous sommes passé ensuite à la théorie de la dimension (chapitre 5 du polycopié) en regardant les résultats principaux et en insistant sur le théorème du rang. Nous avons commencé à regarder l'exercice 6.15 de Oraux X-ENS t1 Algèbre. Je vous encourage à le travailler. À regarder tout seuls l'exercice 5.1. Nous ferons si possible le début de l'exercice 5.6 ensemble.

### Cours du 18 octobre 2017

*Matrices (chapitre 6 du polycopié)*. Après quelques considérations sur l'importance du corps de base et la suite des noyaux itérés nous avons fini le chapitre 5 et avons fait le début de l'exercice 5.6. Nous avons abordé ensuite les matrices de passage, les formules de changement de base, et la notion de matrices équivalentes. Nous avons commencé à démontrer que deux matrices de même taille sont équivalentes ssi elles ont même rang.

Une précision s'impose: il y a autant d'applications linéaires que de matrices et en particulier autant d'applications linéaires de rang  $r$  que de matrices de rang  $r$  car pour avoir une égalité d'applications linéaires il faut qu'elles aient la même matrice dans les mêmes bases. Deux applications linéaires de

rang  $r$  auront des matrices équivalentes dans les mêmes bases, et ces deux matrices-là peuvent représenter la même application linéaire dans des bases différentes.

De même pour les endomorphismes, il y en a autant que de matrices carrées. Il peut y avoir deux endomorphismes distincts avec des matrices semblables dans la même base, et ces deux matrices-là peuvent représenter le même endomorphisme dans des bases différentes.

### **Cours du 25 octobre 2017**

*Fin matrices/Dualité.* Nous avons démontré que deux matrices de même taille sont équivalentes ssi elles ont même rang, nous avons caractérisé le rang par les matrices extraites et nous avons parlé de matrices semblables. Nous avons abordé ensuite la dualité jusqu'à la proposition 6.29 que je vous prie de regarder en considérant le cas particulier  $F = E^*$ ,  $\psi = id_F$ . Les exercices 6.2, 6.4, 6.5, 6.8 et 6.10, 6.12 sont à regarder aussi si possible pendant les vacances. Bonnes vacances !

———— *Prévisions pour la suite* ————

### **Cours du 15 novembre 2017**

*Systèmes linéaires/Déterminants.*

### **Cours du 22 novembre 2017**

*Opérations élémentaires/Réduction des endomorphismes.*

### **Cours du 29 novembre 2017**

*Polynômes d'endomorphismes.*

### **Cours du 13 décembre 2017**

*Endomorphismes diagonalisables/Décomposition de Dunford.*