

Rallye - Stand Jussieu - Manipulations

Les manipulations nous ont été gracieusement prêtées par le laboratoire de mathématiques du Palais de la Découverte, que nous remercions chaleureusement.

Les autres manipulations proposées sur le stand étaient basées sur le jeu Tantrix, distribué par Gigamic, et un jeu inventé par Max Durand du CNEFEI de Suresnes et réalisé par François Boule selon les instructions de son livre Questions sur la géométrie et son enseignement, page 62.

Rallye - Bleu - Stand Jussieu - Question

Les problèmes évoqués sont très anciens et ont de nombreuses généralisations. On trouvera de nombreux détails dans les Récréations mathématiques d'Édouard Lucas, datant de 1891 et publié par la librairie Albert Blanchard en 1973.

Le problème posé est issu des Récréations mathématiques, livre I, page 6, à ceci près qu'on a modifié l'énoncé afin de le rendre non sexiste et empreint d'auto-dérision. Il faut tout d'abord s'entendre sur le sens du texte. L'idée suggérée est que les mathématiciens ne font aucunement confiance aux autres mathématiciens et que, par conséquent, ils ne laisseront jamais leur disciple être, même potentiellement, en compagnie d'un autre mathématicien sans être présent.

Le premier voyage emporte deux personnes, sinon il ne sert à rien, qui ne peuvent être qu'une paire Maître/Disciple ou deux Disciples. De plus celui qui reste sur l'autre rive est nécessairement un Disciple. Au bout de deux coups, on a donc forcément un disciple sur l'autre rive.

Le voyage suivant également doit emporter deux personnes. Ce ne peut être une paire Maître/Disciple, sinon le Maître pourrait descendre du bateau et se retrouver avec le Disciple esseulé, une chose que ne saurait autoriser le Maître de ce Disciple. Ce ne peut non plus être deux Maîtres, sinon un Disciple se retrouverait instantanément seul avec le dernier des trois Maîtres. Par conséquent ce sont deux Disciples qui traversent et un des trois qui revient. Au bout de quatre coups, on a donc forcément deux disciples sur l'autre rive.

Le coup suivant est forcé : les deux Maîtres vont rejoindre leurs Disciples sur l'autre rive et c'est une paire Maître/Disciple qui revient. Au bout de six coups, on a donc forcément une paire Maître/Disciple sur l'autre rive.

Le coup suivant est également forcé : les deux Maîtres traversent et c'est le disciple qui revient. Au bout de huit coups, les trois Maîtres sont passés. Les trois coups suivants sont automatiques : deux disciples passent, l'un d'eux revient et ramène le dernier. Ce qui fait **onze coups**.

Notons que ce problème est différent de celui du loup, de la chèvre et du chou car dans celui-ci il y a le batelier qui fait arbitre et qui empêche les catastrophes. Il peut donc tout à fait faire se croiser deux des trois qu'il ne pourrait laisser seuls. On peut donc amener la chèvre et ramener le chou. Dans notre problème, c'est impossible : on ne peut pas utiliser un Maître pour mener la barque, déposer quelqu'un et revenir sans mettre pied à terre. En effet quand il arrive à l'autre rive, il pourrait débarquer et se retrouver en présence d'un Disciple esseulé. S'il le fait c'est donc que sur l'autre rive, il n'y a aucun Disciple esseulé. Si on avait un batelier pour garantir les opérations, on pourrait en fait se contenter de neuf traversées. C'est d'ailleurs la solution qui a été trouvée par la très grande majorité des candidats !

Rallye - Bleu - Stand Jussieu - Question subsidiaire

Les problèmes évoqués sont très anciens et ont de nombreuses généralisations. On trouvera de nombreux détails dans les Récréations mathématiques d'Édouard Lucas, datant de 1891 et publié par la librairie Albert Blanchard en 1973.

Pour la question subsidiaire, le problème est impossible avec quatre couples. En effet, entre chaque aller, le nombre de personnes sur l'autre rive augmente au plus d'une unité. Il arrive donc un moment où pour la première fois il y a cinq personnes sur l'autre rive (et la barque est donc sur cette rive).

Remarquons que si un Maître est présent sur une rive, alors tous les Disciples présents sur cette rive doivent être accompagnés de leur Maître. On a donc au moins autant de Maîtres que de Disciples sur cette rive.

Sur l'autre rive, il y a donc au moins un Maître et donc au moins autant de Maîtres que de Disciples. Et même strictement plus puisque cinq est un nombre impair. S'il y avait un Maître sur la rive d'en face, la situation serait identique et on aurait donc strictement plus de Maîtres que de Disciples, ce qui n'est pas vrai. C'est donc qu'il y a trois Disciples sur la rive de départ. Mais juste avant le dernier aller, sur cette rive se trouvaient donc cinq personnes, dont trois Disciples : c'est impossible car quand cinq personnes sont sur une rive, l'une d'elle est un Maître et on doit avoir moins de Disciples que de Maîtres sur cette rive.

Rallye - Bleu/Orange - Stand Langevin - Manipulation

Les problèmes de pavage et de coloriage sont souvent liés. Il arrive en particulier qu'un coloriage habile permette de montrer qu'un pavage est impossible ou au contraire indique comment paver une figure.

Si on se donne un échiquier ou plus simplement une grille de huit cases de hauteur et huit cases de largeur, et qu'on retire deux cases. On peut se demander, en toute généralité si on peut la recouvrir de dominos (des rectangles d'une case de large et deux cases de haut).

Pour y répondre, la première chose à faire est de colorier la grille, c'est-à-dire de prendre un échiquier ! Comme les dominos seront posés sur deux cases de couleurs distinctes, ils recouvriront une surface ayant le même nombre de cases de chaque couleur. On en déduit que le pavage est impossible lorsque les deux cases ôtées sont de même couleur.

On dessine maintenant un serpent in sur l'échiquier, c'est-à-dire un chemin (d'une case de large) qui parcourt tout l'échiquier. Il alterne évidemment cases blanches et cases noires : le serpent in est formé de segments horizontaux ou verticaux, mais pas diagonaux. Si on retire deux cases de couleurs distinctes, cela coupe le serpent in. Si les deux cases étaient consécutives sur le serpent in, on a un seul morceau. Sinon, on a deux morceaux. Puisque les cases retirées sont de couleurs différentes, tous les morceaux de serpent in qu'on a se terminent par une case de couleur différente de celle de la case par laquelle ils commencent. On peut donc les paver chacun avec des dominos.

En résumé, un échiquier privé de deux cases est pavable par des dominos si et seulement si les deux cases sont de couleurs différentes.

En ce qui concerne les triominos, en forme de L (ou un carré de deux cases de côté auquel on a enlevé un carré d'une case de côté), il est facile de paver l'échiquier privé

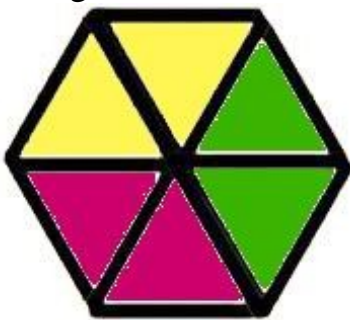
d'un coin. En effet, on ferme le coin avec un triomino et on décompose ensuite ce qui reste en deux rectangles 6×2 et un carré 6×6 . Ce carré est en fait formé de trois rectangles 6×2 . Et un rectangle 6×2 est la réunion de deux rectangles 3×2 . Par conséquent il nous suffit de constater qu'un rectangle 3×2 est la réunion de deux triominos pour paver notre échiquier.

Rallye - Bleu - Stand Langevin - Question

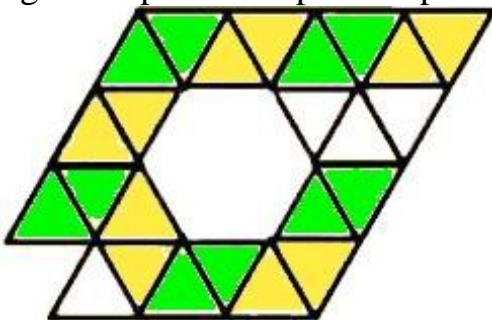
Le problème, dans toute sa généralité est assez ardu. Heureusement, dans les cas proposés, on peut s'en sortir sans théorie ! L'idée pour étudier ces pavages est de voir le réseau triangulaire, et tout particulièrement les losanges formés de deux triangles, comme la projection d'une figure de l'espace formée de cubes : une figure est pavable si et seulement si elle est la projection d'une figure formée de cubes. Mais cette dernière condition n'est pas facile à étudier ! Cela a été fait par le mathématicien américain John Conway.

Quand on met un losange sur le centre de la première figure, on recouvre un des triangles extrémaux et on sépare les deux autres. Cette figure est donc impossible à paver avec des losanges.

La seconde figure se pave en dessinant la projection d'un cube : on obtient trois losanges.



Considérons le triangle en haut à droite. Il n'appartient qu'à un seul losange et cela force le début du pavage. Le haut de la figure ne peut donc être pavé que d'une seule façon. Il en est de même pour le côté gauche. On voit alors que le triangle le plus à gauche de la ligne du bas ne peut pas être recouvert par un losange. La troisième figure ne peut donc pas être pavée par des losanges.

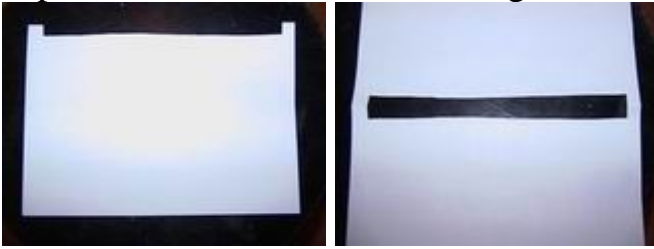


Rallye - Stand Arènes - Manipulation

L'idée de la manipulation nous a été communiquée par l'association Les petits débrouillards; elle permet de comprendre en particulier que la longueur d'une surface est infinie : dans un objet qui a deux dimensions, on peut tracer une courbe de longueur aussi grande que l'on veut. Il suffit alors de l'épaissir pour obtenir un ruban de longueur aussi grande que l'on veut !. Pour y parvenir, on peut par exemple

réaliser un accordéon de papier.

Une façon efficace de mettre en oeuvre cela est de faire une courbe correspondant à deux peignes mis têtes bêtes sur la feuille. Pour se faire, on plie la feuille en deux et on découpe un rectangle au niveau de la pliure, sans toucher les bords non pliés. En dépliant, on obtient un trou rectangulaire au centre de la feuille.



En remettant la feuille en position pliée, il suffit maintenant de découper des traits alternativement en partant des deux bords parallèles à la pliure : ce sont les deux peignes. En étirant la feuille, on obtient un long serpentín dans lequel on n'a aucun mal à passer !



On pouvait trouver sur ce stand des problèmes de découpages tirés de 10 expériences mathématiques du CIJM, aux éditions Archimède. Il fallait construire par découpe un carré de surface 3 à partir de trois carrés de surface 1, et de même avec treize carrés, assembler un carré de surface 13. Les solutions sont basées sur le théorème de Pythagore.

Rallye - Bleu - Stand Arènes - Question

Les questions sur les noeuds proviennent de problèmes ardu d'un domaine appelé topologie algébrique. On peut bien entendu essayer directement sur ses doigts (ou le faire avec les bras d'un ou plusieurs partenaires). C'est raisonnablement facile avec deux doigts, c'est nettement plus ardu avec trois. Le mieux est ici de modéliser les actions : on note **A** le fait de tourner autour du premier doigt dans le sens des aiguilles d'une montre et **a** le fait de tourner autour du même premier doigt mais dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. On fait de même avec le second doigt en notant **B** et **b** le fait de tourner dans le sens des aiguilles d'une montre, ou en sens inverse, autour du second doigt. De même avec **C** et **c** pour le troisième doigt.

Le fait de pouvoir tirer sur la corde et libérer les doigts correspond à un noeud obtenu par juxtaposition de tours dans un sens puis dans l'autre. Par exemple le noeud **AaBb** est un faux noeud : il correspond à poser une boucle de corde sur le dessus des deux premiers doigts ! Le problème peut donc s'exprimer d'une autre façon : comment écrire un mot avec des lettres majuscules et minuscules de sorte que : d'une part ce n'est pas un faux noeud, i.e. en supprimant les couples de lettres tels que **Aa**, il reste encore des lettres dans le mot ; d'autre part en enlevant un doigt,

i.e. en effaçant toutes les lettres identiques (que ce soit majuscule ou minuscule) à une lettre choisie au hasard, le mot devient un faux noeud ?

Pour deux doigts, la réponse est aisée : il suffit de considérer **ABab**. En effet en effaçant **A** et **a**, on obtient **Bb**, un faux noeud, et pareillement pour le second doigt. La configuration correspond à faire passer une boucle autour du second doigt et les deux brins au-dessus du premier doigt (**ABa**), puis à faire repasser le brin du dessous en dessous du premier doigt et au-dessus du second doigt. On obtient une sorte de croix entre les doigts.

Pour trois doigts, il faut réfléchir un peu plus. Pour cela, notons **[A,B]** le noeud **ABab**. Plus généralement si **X** est un noeud quelconque, notons **x** le noeud inverse obtenu en renversant le mot que désigne **X** et en changeant minuscules en majuscules et réciproquement. Par exemple, si **X=[A,B]=ABab**, alors **x=BAba**, c'est-à-dire **x=[B,A]**. Si maintenant **X** et **Y** sont deux noeuds, notons **[X,Y]** le noeud **XYxy**. Remarquons que si **X** ou **Y** est un faux noeud, alors **[X,Y]** aussi. En effet si c'est **X** qui est un faux noeud, alors **[X,Y]=Yy** en est un aussi.

Nous sommes prêts à montrer que **[[A,B],C]** est le noeud que nous cherchons ! Primo, ce noeud est un vrai noeud. En effet, on a **[[A,B],C]=[A,B]C[B,A]c=ABabCBAbac**. Secundo, si on efface **C**, alors il revient au même de dire que **C** est un faux noeud et donc la propriété de propagation des faux noeuds montre que **[[A,B],C]** est un faux noeud. Si maintenant, on efface **A** ou **B**, alors d'après ce que nous avons dit pour deux doigts, le noeud **[A,B]** est un faux noeud, et donc, encore par propagation, il en est de même pour **[[A,B],C]**.

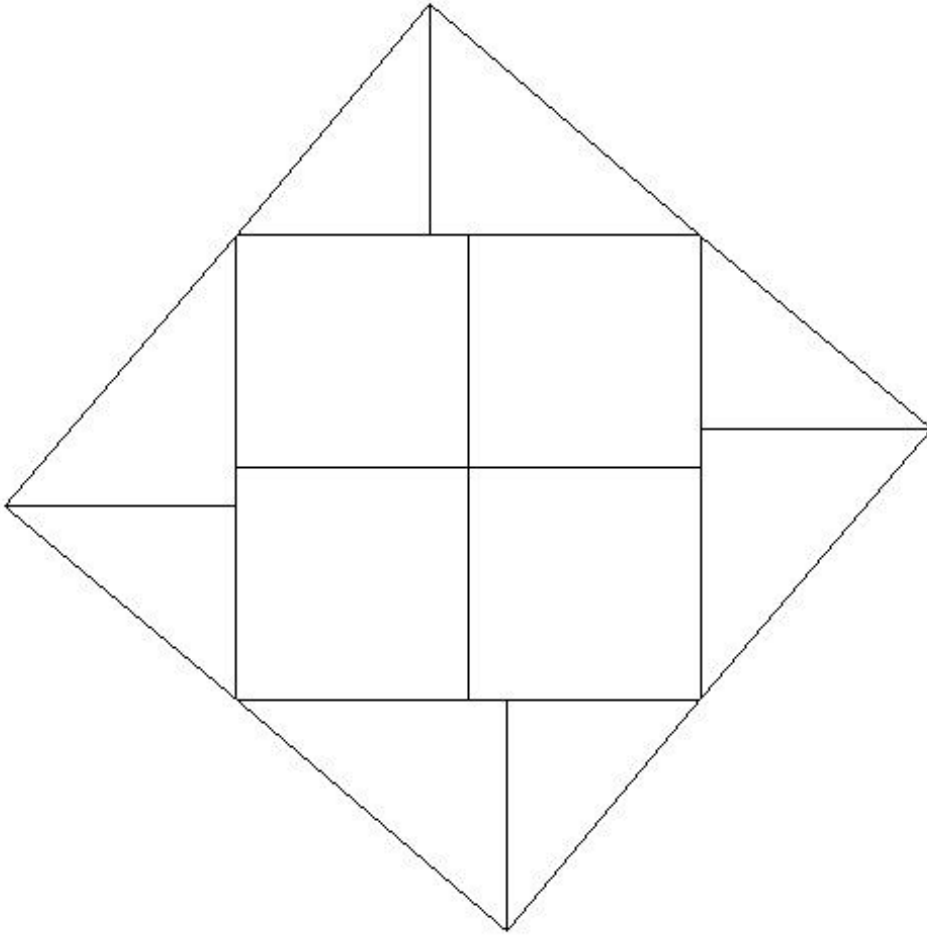
Avec ce qui vient d'être dit, vous devez pouvoir construire un noeud avec autant de doigts qu'on veut qui soit un vrai noeud, mais qui devienne un faux noeud dès qu'on libère un doigt ... Plus fort que Houdini ?! Par exemple, avec quatre doigts, on construit : **[[[A,B],C],D]**, c'est-à-dire **[[A,B],C]D[C,[A,B]]d** ou encore **[A,B]C[B,A]cDC[A,B]c[B,A]d**, i.e. **ABabCBAbacDCABabcBAbad**, un mot très proche d'abracadabra !

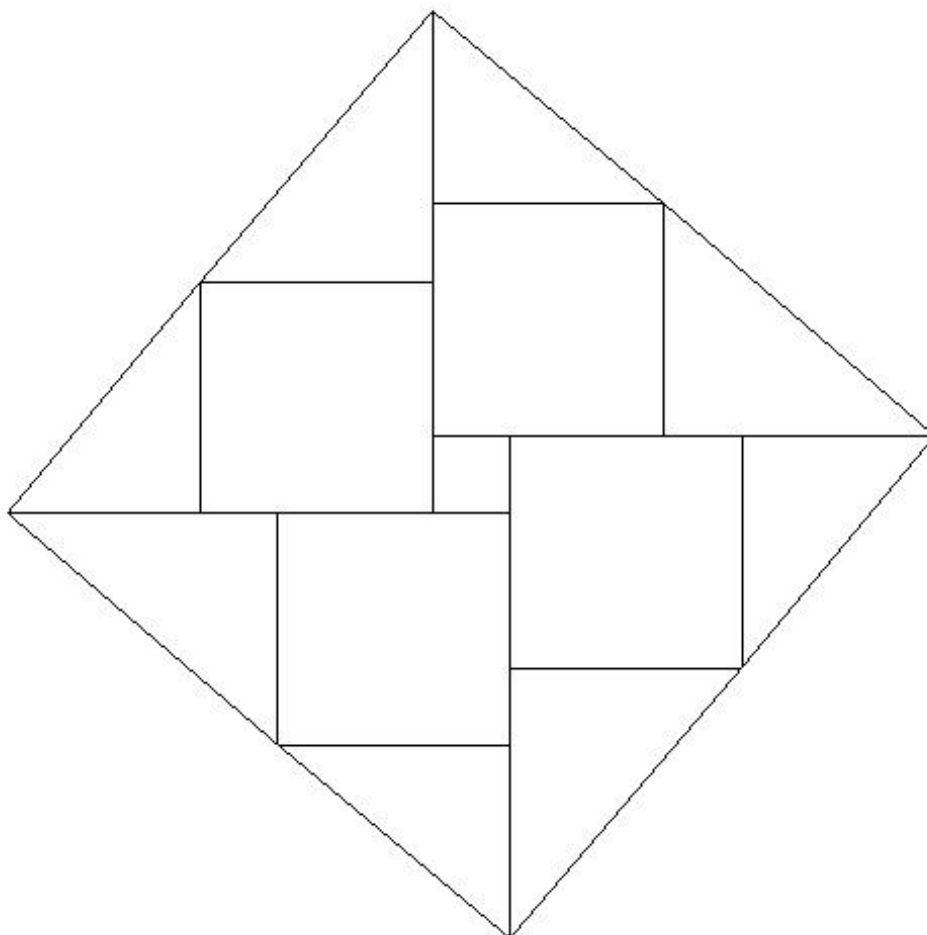
Rallye - Stand ENS - Manipulation

Les problèmes évoqués ici sont ceux du traitement de l'information du point de vue des mathématiciens : quelle information peut-on transmettre avec le moins de communication possible ? peut-on la coder de façon à la rendre uniquement intelligible par le destinataire ?

La manipulation, quant à elle, a été choisie comme un clin d'oeil à une forme ancestrale d'informations cryptées, le savoir hermétique. Le puzzle paradoxal de Prospère Quirinus d'Aquitaine date de 1510 et adresse la forme des tables astrologiques. Nous l'avons tiré de l'Almach du mathématicien en herbe de Gianni A. Sarcone, aux éditions Archimède.

On peut former deux figures avec ces douzes pièces, en y rajoutant ou non un petit carré central. Ces deux figures ressemblent à des carrés, mais sont en fait des octogones : l'arête qui joint deux sommets du carré est en fait une ligne brisée qui rentre vers l'intérieur (si on omet le carré central) ou qui sort vers l'extérieur (si on l'ajoute).

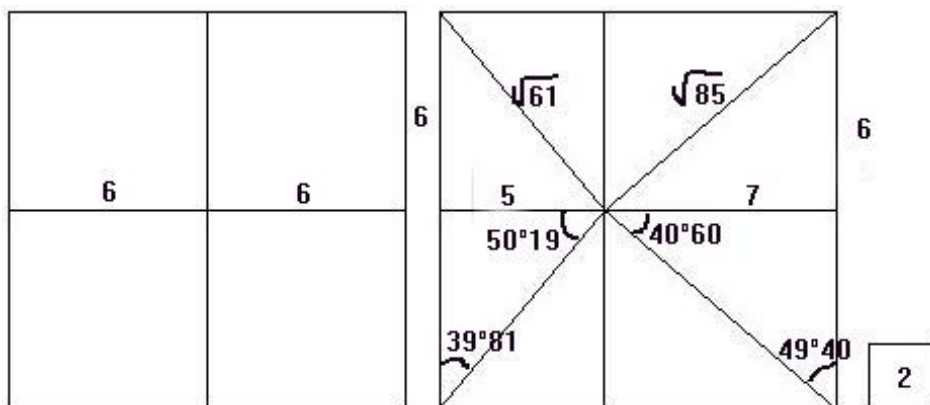




On pouvait enfin trouver sur le stand divers patrons de polyèdres : un icosaèdre régulier (vingt faces triangulaires), un dodécaèdre tronqué (douze faces pentagonales coupées par vingt hexagones, c'est-à-dire un ballon de football) et un rhombicosaèdre.

Rallye - Stand ENS - Question subsidiaire

Les pièces du puzzle sont formées en coupant deux carrés de douze unités de côté. Le premier est coupé en quatre carrés égaux (i.e. de six unités de côté). Le second est coupé en quatre rectangles inégaux en séparant au milieu de la hauteur, mais au cinq douzièmes de la largeur. Chacun de ces rectangles est coupé en deux triangles égaux. Voici les pièces du puzzle.



Le premier assemblage consiste à réassembler un grand carré à partir des quatre pièces carrées et d'y ajouter des pointes sur chaque côté, formées de deux triangles

distincts assemblés selon leur côté commun (de longueur 6) et le long du côté de longueur 12 (ce qui correspond bien à $5+7$). Le théorème de Pythagore permet de vérifier que les pointes ne sont pas à angle droit. Le carré de l'hypothénuse de chaque petit triangle est égal à 61 ou 85 puisque $61=25+36=5*5+6*6$ et $85=36+49=6*6+7*7$. Si la pointe était à angle droit, la somme des carrés des côtés de l'angle droit, à savoir 146 puisque $61+85=146$, serait égale au carré de l'hypothénuse, à savoir 144 puisque $144=12*12=(5+7)*(5+7)$. On n'a donc pas affaire à un carré.

Dans le second assemblage, on place le petit carré (de deux unités de côté) au centre et on fait tourner les grands carrés de six unités autour. Ils dépassent donc de deux unités les uns par rapport aux autres. On peut donc placer les bords des triangles le long des carrés par leur côté de longueur 6 et les joindre par leurs côtés de longueurs 5 et 7. Si l'on veut utiliser la même méthode que précédemment, il faut trouver un triangle pour appliquer le théorème de Pythagore. Pour cela le plus simple est de prolonger un des deux petits triangles. Les mesures des côtés sont obtenus par le théorème de Pythagore et le théorème de Thalès. On obtient ainsi un grand triangle d'hypothénuse $72/5$, puisque $72/5=(30+42)/5=6+6*7/5$. On doit donc comparer $5114/25$ à $5184/25$. En effet $72*72=5184$ et $(7*7+6*6)+(7*7+6*6*7*7/5*5)=85+49*(25+36)/25=(85*25+49*61)/25=5114/25$. On n'a donc toujours pas affaire à un carré !

On aurait également pu utiliser la tangente des angles. Les petits triangles ont un angle droit et deux angles dont les tangentes sont respectivement $5/6$ et $6/5$, et donc des angles environ égaux à $39^{\circ}81$ et $50^{\circ}19$. Quant aux grands triangles, les tangentes sont respectivement $6/7$ et $7/6$ et on obtient des angles environ égaux à $40^{\circ}60$ et $49^{\circ}40$. Ainsi, en recombinaison ces triangles, on obtient, dans le premier assemblage, des angles de $89^{\circ}21$ et, dans le second assemblage, des angles de $90^{\circ}79$, puisque $89^{\circ}21=39^{\circ}81+49^{\circ}40$ et $90^{\circ}79=50^{\circ}19+40^{\circ}60$.

Rallye - Bleu - Stand ENS - Question

Les problèmes évoqués ici sont ceux du traitement de l'information du point de vue des mathématiciens : quelle information peut-on transmettre avec le moins de communication possible ? peut-on la coder de façon à la rendre uniquement intelligible par le destinataire ?

En ce qui concerne le tour de magie, voyons comment l'analyser. On prend cinq cartes au hasard, il y a donc $C(52,5)$ possibilités, i.e. $52.51.50.49.48/120$. On aimerait qu'en choisissant l'une d'entre elles, on puisse la faire deviner en montrant les autres. La première subtilité vient du fait que montrer les cartes ne permet pas grand chose (si l'on exclut toute prestidigitacion ou code extérieur aux cartes) mis à part de les ordonner. Qu'elles soient présentées en éventail ou montrées une à une, les quatre cartes révélées au médium sont ordonnées. Il y a donc $A(52,4)$ situations possible a priori, soit $52.51.50.49$. Il y a donc plus de situations possibles avec les quatre cartes ordonnées que d'ensembles de cinq cartes, ce qui laisse présager que ce tour est possible, mathématiquement. En fait l'argument donné montre que le tour est impossible si on joue avec cent vingt cinq cartes ou plus.

Le protocole que nous allons décrire ne fonctionne que pour un jeu de cinquante-deux cartes, mais nous invitons à réfléchir à une adaptation à un jeu de tarot par exemple !

Si on prend quatre cartes au hasard, sans réfléchir, on peut uniquement jouer sur leur ordre et donc coder $4!$ situations, i.e. vingt-quatre cartes. Or, une fois enlevées quatre

cartes, il reste quarante-huit cartes dans le jeu et donc cet approche naïve échoue par un facteur 2. Mais on a le choix de la carte à faire deviner et donc on a, a priori, cinq situations différentes. Cela étant posé si l'ensemble de vingt-quatre cartes codé par quatre cartes est indépendant des vingt-quatre cartes présentées alors on est face au même problème ou presque : rien ne garantit que parmi les cinq cartes tirées l'une d'entre elles appartient au sous-ensemble de vingt-quatre cartes choisi pour le protocole. Il faut donc que chaque ensemble de quatre cartes code vingt-quatre cartes différentes.

Une façon de faire (non optimale cependant) est de déterminer un sous-ensemble du jeu à partir d'une des quatre cartes et de coder le sous-ensemble choisi à partir des trois autres cartes. Ici encore, pour ces trois cartes, on n'a que l'ordre pour les distinguer (puisqu'elles sont arbitraires) et donc on peut coder 3! situations différentes, i.e. six cartes. On en est donc au point suivant : on va choisir deux cartes et le medium devra pouvoir, en connaissant l'une des deux et un nombre entre 1 et 6, deviner l'autre.

Beaucoup de candidats ont remarqué lors des démonstrations du tour, que la seconde carte était de la même couleur que la carte à deviner. Mais presque tous se sont arrêtés là. Si on se contente de cette information, on imagine le tour ainsi : parmi les cinq cartes tirées au hasard, au moins deux sont de la même couleur. Prenons l'une d'entre elle et plaçons-la en seconde position. Il reste donc douze cartes de la même couleur que celle-ci et il faut indiquer au medium, par un nombre entre 1 et 6, laquelle est la seconde carte. On voit que, sans choix, il manque un facteur 2 : nous n'avons pas progressé par rapport à tout à l'heure !

Reprenons donc l'analyse : on aimerait pouvoir, étant donné deux cartes de la même couleur et un nombre de 1 à 6, faire deviner une des cartes à partir de l'autre. C'est possible, à condition de choisir celle des deux cartes que l'on veut faire deviner ! En effet, si on énonce la ronde des cartes, dans l'ordre habituel, mais en le faisant en boucle, on a affaire à treize cartes. Dans cette ronde, si on prend l'une des deux cartes, la seconde est soit dans les six suivantes que l'on récite, soit dans les six encore suivantes. Mais alors c'est la première de nos cartes qui est dans les six qui suivent la seconde de nos cartes ! On peut donc toujours choisir l'une des deux cartes de façon à ce que l'autre soit parmi les six cartes qui suivent cette carte dans la ronde du 2 à l'As. On montre cette carte, on code le nombre entre 1 et 6 qu'il faut pour obtenir la seconde carte à partir de la première carte ... et le tour est joué !

Prenons des exemples. Avec 3 et 7, on choisit de montrer le 3 et de coder le nombre 4. Avec 5 et Valet, on choisit de montrer le 5 et de coder 6. En effet six cartes après le 5 se trouve le Valet : 6-7-8-9-10-Valet. Si maintenant on a 3 et Dame, on montre la Dame et on code le nombre 4, car après la Dame, la ronde des cartes est : Roi-As-2-3.

Il nous reste à expliquer comment coder un nombre entre 1 et 6. Pour cela, on va utiliser un ordre sur les cartes. On convient que la plus forte est l'As de Pique, puis le Roi de Pique, la Dame de Pique etc. jusqu'au 2 de Pique. Ensuite vient l'As de Coeur, puis le Roi de Coeur etc. jusqu'au 2 de Coeur. Viennent ensuite les Carreaux et enfin les Trèfles. L'ordre est donc un ordre lexicographique : en premier lieu on tient compte de la couleur dans l'ordre du bridge et en second lieu on tient compte de la hauteur de la carte pour départager les cartes de même couleur. Une fois ceci posé, on a six façons de poser les cartes, correspondant à six ordres différents pour les nombres de 1 à 3 : 1-2-3, 1-3-2, 2-1-3, 2-3-1, 3-1-2 et 3-2-1. On pourrait convenir de leur associer d'une façon quelconque (mais définie à l'avance entre le medium et son assistant) un nombre entre 1 et 6. Celle que nous avons choisie est particulièrement

simple à décoder et c'est important pour que le tour fonctionne bien. On repère donc la plus forte carte et on compte autant de points que sa place (1, 2 ou 3) parmi les cartes qui restent après avoir éliminé la carte de base. Ensuite on porte notre attention sur les deux autres cartes. Si elles sont dans l'ordre naturel, on change rien au nombre choisi (1, 2 ou 3), sinon on lui rajoute trois points, de sorte à obtenir 4, 5 ou 6.

Par exemple, As de Pique, 2 de Trèfle, 3 de Carreau code le nombre 4 : un point pour l'As de Pique en première position et trois de plus parce que les deux autres cartes sont en ordre inverse. La configuration 3 de Carreau, 2 de Trèfle, As de Pique aurait codé le nombre 3.

Il faut maintenant intercaler en seconde position la carte de base. Par exemple, si l'assistant montre les cartes (dans cet ordre) As de Pique, Dame de Pique, 2 de Trèfle, 3 de Carreau, alors on part de la Dame de Pique et on lui rajoute quatre cartes : Roi-As-2-3, ce qui nous conduit au 3 de Pique.

Pour terminer, un exemple de travail pour l'assistant (car c'est bien sur lui que repose la partie la plus lourde du tour !). Le public tire les cartes : 2 de Carreau, 4 de Coeur, 10 de Coeur, Dame de Coeur et 5 de Pique. On a ici le choix : on prendra du Coeur, mais on peut faire deviner le 10 à partir du 4, la Dame à partir du 10 ou le 4 à partir de la Dame. Prenons ce dernier exemple qui est le plus compliqué. La Dame correspond au numéro 12. Le 4 est aussi le 17, puisqu'on a treize cartes. Ainsi il faut ajouter 5 à la Dame pour obtenir le 4 : Roi-As-2-3-4. On doit coder le nombre 5, c'est-à-dire $2+3$. On place donc la carte la plus forte, le 5 de Pique, en seconde position (sans tenir compte de la Dame de Coeur qui elle sera réellement en seconde position). Les deux autres cartes sont inversées, i.e. le 2 de Carreau sera avant le 10 de Coeur. On montre donc : 2 de Carreau, Dame de Coeur, 5 de Pique, 10 de Coeur. Le décodage est immédiat : on part de la Dame de Coeur, on rajoute 2, i.e. on passe à l'As de Coeur, en repérant le 5 de Pique, puis on rajoute 3, i.e. on passe au 4 de Coeur, en constatant que les deux autres cartes sont inversées.