université PARIS DIDEROT PARIS 7

2013
2014

Master 2 Logique Mathematique et Fondements de l'Informatique

Domaine : Sciences, Technologies, Santé
Mention : Mathématiques et Applications

Responsables pédagogiques :

René Cori & Alexis Saurin

http://www.math.univ-paris-diderot.fr/m2lmfi/

SOMMAIRE

Ce Master 2ème année offre une formation de haut niveau en Logique. Il a pour objectif de former des chercheurs ou ingénieurs de recherche possédant la maîtrise des outils logiques fondamentaux utilisés en Mathématiques et en Informatique.

Cette formation, qui s'intègre dans le cadre du système LMD, en vigueur dans les universités françaises, remplace le DEA de Logique Mathématique et Fondements de l'Informatique de l'Université Paris Diderot.
LMFI est une des spécialités du Master mention Mathématiques et Applications de l'Université Paris Diderot - Paris 7.

Deux parcours sont présents dans la spécialité LMFI, intitulés :

- *Logique Mathématique*
- *Logique et Informatique*

Les équipes de recherche organisatrices

Institut de Mathématiques de Jussieu (IMJ), UMR 7586 du CNRS

Preuves, Programmes, Systèmes (PPS) - UMR 7126 du CNRS

Conditions d'admission

Le candidat devra avoir validé une 1ère année de Master (M1), une Maîtrise ou un titre équivalent. Cette première année devra avoir été effectuée dans une spécialité mathématique, informatique, ou logique (dans ce dernier cas, par exemple, dans le cadre d'un master de philosophie).

- **Candidature des étudiants étrangers :**
  Afin de faciliter la mobilité internationale, l'Université Paris Diderot adhère à l'Agence Campus France.
  Nous invitons les étudiants à se renseigner sur le site de Campus France (http://www.campusfrance.org/fr) et à s'inscrire auprès de cet organisme avant mars 2013.

- **Pour toutes les autres candidatures :** Les étudiants doivent déposer une demande de pré-inscription sur le site web : http://sesame.univ-paris-diderot.fr
  Dates limites de préinscription sur Sésame :
  Du 1er mars 2013 au 15 juillet 2013.
  Du 26 août 2013 au 15 septembre 2013.

  Date limite de remise du dossier d'admission : 15 septembre 2013.

  Les dossiers envoyés avant le 5 juillet 2013 bénéficieront d'une réponse mi-juillet, les autres en septembre.

  Date limite d'inscription administrative : 15 octobre 2013.

Pour toute demande de renseignement complémentaire, vous pouvez consulter le site :
http://www.math.univ-paris-diderot.fr/m2lmfi/

ou vous adresser aux Responsables de la formation ou au secrétariat du master 2 :

<table>
<tr><th>René Cori</th><th>Alexis Saurin</th></tr>
<tr><td>cori@math.univ-paris-diderot.fr</td><td>saurin@pps.univ-paris-diderot.fr</td></tr>
<tr><td colspan="2">Localisation : Site PRG (13ème) Bâtiment Sophie Germain - 8 place FM/13 (en cours de nomination)
entrée au croisement de l'avenue de France et de la rue Alice-Domon et Léonie-Duquet</td></tr>
<tr><td>6ème étage, bureau 6033 - 01 57 27 91 89</td><td>3ème étage, bureau 3040 – 01 57 27 93 37</td></tr>
<tr><th colspan="2">Le secrétariat du M2 : Catherine PRUDLO</th></tr>
<tr><td colspan="2">catherine.prudlo@univ-paris-diderot.fr</td></tr>
<tr><td colspan="2">5ème étage, bureau 5055 - 01 57 27 93 06</td></tr>
<tr><td colspan="2">Adresse postale : Université Paris Diderot – Paris 7
UFR de Mathématiques
Bâtiment Sophie Germain – Case 7012
75205 Paris cedex 13</td></tr>
</table>

Organisation

Le Master 2ème année LMFI se compose de :

- **deux cours fondamentaux** (48h chacun) assortis de **deux groupes de travail** (24h chacun)
- **deux cours d'orientation** (48h chacun) qui peuvent être choisis parmi les enseignements spécialisés décrits dans la présente brochure ou, après accord du responsable, parmi des unités d'un autre M2, par exemple dans le M2 Mathématiques Fondamentales ou dans le MPRI (Master Parisien de Recherche en Informatique).
- **un stage** d'initiation à la recherche,
- **une unité d'ouverture** (voir liste ci-dessous),
- **un cours préliminaire intensif**, facultatif (30h) exposant les pré-requis de logique (voir p. 10) qui est proposé aux étudiants du **2 au 13 septembre 2013.**

Les deux cours fondamentaux débutent le **16 septembre 2013 et s'achèvent le 13 décembre 2013**.
Les examens de ces deux cours ont lieu du **16 au 20 décembre 2013.**
Tous les cours d'orientation ont lieu **du 6 janvier au 4 avril 2014**, les examens correspondants ayant lieu du **7 au 11 avril 2014.**
La fin de l'année universitaire est consacrée au stage d'initiation à la recherche.

La validation de la 2ème année de Master correspond à l'acquisition de 60 crédits ECTS :

- Chaque cours fondamental est crédité de 9 ECTS.
- Chaque cours d'orientation est crédité de 9 ECTS.
- Le stage est crédité de 18 ECTS.
- L'unité d'ouverture, créditée de 6 ECTS, peut être constituée, au choix, à partir de la liste suivante :
  - Introduction à la théorie de la démonstration (3 ECTS)
  - Modèles de la programmation (fonctionnelle, impérative, objet) (cours et TP sur machine, 24h, 3 ECTS)
  - Initiation à la preuve formelle assistée par ordinateur (cours et TP sur machine, 18h, 3 ECTS)
  - Une autre UE d'orientation

L'attribution des ECTS correspondant à chacun des modules précédents est conditionnée par l'obtention, pour ce module, d'une note supérieure ou égale à 10. Cependant une compensation est possible entre les deux notes F_1 et F_2 des cours fondamentaux, sous réserve qu'elles soient toutes deux supérieures ou égales à 7 et que leur moyenne soit supérieure ou égale à 10.

Il est attribué une note finale du M2, qui est la moyenne entre $(F_1+F_2)/2$, O_1, O_2 et S, où O_1 et O_2 sont les notes obtenues aux cours d'orientation et S la note de stage.

Les notes obtenues éventuellement aux modules de l'unité d'ouverture n'interviennent donc pas dans la note finale, mais conditionnent l'obtention des crédits correspondants.

STAGE

Le stage de M2 du LMFI peut s'effectuer :

- soit dans un laboratoire universitaire, par exemple dans une des deux équipes d'accueil : l'équipe de Logique Mathématique ou l'équipe Preuves, Programmes, Systèmes,
- soit dans un autre laboratoire de recherche, après accord du responsable du M2.

Dans tous les cas, il est placé sous la responsabilité d'un enseignant du Master.

Débouchés

La suite naturelle de cette formation est la préparation d'un doctorat, soit en logique mathématique, soit en informatique. Pour un doctorat en informatique, la thèse peut éventuellement être préparée dans une entreprise ou un organisme public de recherche (INRIA, CEA…).

Les débouchés sont des postes d'enseignant-chercheur ou de chercheur :
- soit dans le milieu universitaire (français ou étranger) ou des organismes publics de recherche (CNRS, INRIA, CEA, ONERA, etc.).
- soit dans les services de recherche et développement d'entreprises du monde industriel (EDF, France Telecom, Siemens, EADS, etc.).

Les services de recherche et développement de ces entreprises sont particulièrement demandeurs d'étudiants ayant une forte compétence à la fois mathématique, logique et informatique, leur permettant d'encadrer des ingénieurs travaillant dans les domaines de la certification de logiciels, de la vérification de programmes et de protocoles, ainsi que de la sécurité informatique. Dans certains cas, le recrutement peut s'effectuer directement à l'issue du master 2ème année.

Bourses et/ou logement en résidence universitaire

Le ministère chargé de l'Enseignement supérieur accorde aux étudiants, un certain nombre d'aides gérées par le Crous, en lien avec les universités : bourses sur critères sociaux, aide d'urgence annuelle, bourse de mérite, bourses de mobilité, passeport mobilité, prêts d'honneur, bourses de mérite...

Le guide du dossier social de l'étudiant est disponible à l'adresse :

http://www.univ-paris-diderot.fr/sc/site.php?bc=vie_etudiante&np=Aides

Pour de plus amples informations, vous devez prendre contact avec le CNOUS : http://www.cnous.fr

INFORMATIONS COMPLEMENTAIRES

Les étudiants du M2 ont accès à la bibliothèque de Mathématiques-Recherche (Bâtiment Sophie Germain, 8ème étage).

Le jury du M2 de Logique Mathématique et Fondements de l'Informatique était constitué comme suit pour l'année universitaire 2012-2013 :

DURAND Arnaud,	Professeur à l'Université Paris Diderot - Paris 7, Président
ROZIÈRE Paul,	Maître de Conférences à l'Université Paris Diderot - Paris 7, Vice-Président
MEREL Loïc,	Professeur à l'Université Paris Diderot - Paris 7
CORI René,	Maître de Conférences à l'Université Paris Diderot - Paris 7
EHRHARD Thomas,	Directeur de Recherches CNRS
DELON Françoise,	Directrice de Recherches CNRS

Le Doctorat

La durée conseillée des études doctorales est de trois ans.
Une année supplémentaire peut être accordée après examen du dossier (comprenant un rapport du directeur de thèse prouvant l'avancement des travaux) et autorisation du directeur de thèse, du directeur de l'Ecole Doctorale, et du Président de l'Université.
Le doctorat débute normalement en 6ème année des études universitaires et s'adresse aux étudiants titulaires d'un Master ou d'un diplôme de niveau équivalent.

CONTRAT DOCTORAL (anciennement allocation de recherche)

Il s'agit d'un contrat d'une durée de 3 ans.
L'Ecole Doctorale Sciences Mathématiques de Paris-Centre dispose d'un petit nombre de ces contrats pour les étudiants titulaires du Master et désireux de préparer une thèse de doctorat.

Rémunération (depuis le 1er juillet 2010)

- 1684,93 euros bruts si le doctorant contractuel effectue uniquement de la recherche.
- 2024,70 euros bruts s'il effectue des activités complémentaires, par exemple de l'enseignement.

D'autres types de financements sont possibles : projets ANR, bourses INRIA, allocations de la région Île-de-France...

CONDITIONS D'OBTENTION

L'étudiant qui désire obtenir un contrat doctoral en vue de préparer une thèse doit faire acte de candidature auprès du responsable du M2 au cours de l'année universitaire.
Le jury du M2 établit un classement des dossiers (sur critères scientifiques). L'examen des dossiers a lieu pendant la deuxième quinzaine du mois de juin.
Les étudiants de nationalité étrangère, hors Communauté Européenne, sont invités à se renseigner sur les conditions exigées dans leur cas.

LISTE DES ENSEIGNEMENTS 2013-2014

1er SEMESTRE

Cours préliminaire intensif de logique *(M. H. Mourgues)*

Cours fondamentaux

- Théorie des modèles et théorie des ensembles *(M. Hils)*
- Calculabilité et incomplétude *(P. Rozière)*

Groupes de travail sur les cours fondamentaux *(S. Boughattas & R. Cori)*

Cours d'ouverture

- Introduction à la théorie de la démonstration (Thierry Joly)

2ème SEMESTRE

Cours d'orientation

- Théorie de la démonstration *(C. Faggian & D. Mazza)*
- Lambda-calcul et preuves *(A. Saurin & C. Tasson)*
- Théorie de la dualité en logique et informatique (M. Gehrke)
- Théorie des modèles finis et complexité descriptive (M. Bodirsky & A. Durand)
- Théorie des modèles : outils classiques (P. Simonetta)
- Groupes et corps stables (A. Martin-Pizarro)
- Théorie des ensembles (R. Labib Sami)
- Grands cardinaux *(B. Velickovic)*

Cours d'ouverture

- Modèles de la programmation (fonctionnelle, impérative, objet) (E. Chailloux)
- Initiation à la preuve formelle assistée par ordinateur (C. Raffalli)

COURS PRELIMINAIRE INTENSIF DE LOGIQUE

(Du 2 au 13 septembre 2013)

Marie Hélène MOURGUES

PROGRAMME

Calcul des propositions : tables de vérité, tautologies, formes normales, compacité.

Calcul des prédicats : langages du premier ordre, termes, formules, modèles ; satisfaction d'une formule dans un modèle ; sous-structures ; isomorphismes ; équivalence élémentaire.

Théorie des ensembles : axiomes de Zermelo-Frænkel ; cardinaux ; théorèmes de Cantor et de Cantor-Bernstein ; ensembles finis, ensembles dénombrables.

BIBLIOGRAPHIE

[1] R. CORI & D. LASCAR : *Logique mathématique : cours et exercices* (nouvelle édition, Dunod, 2 tomes, 2003, chapitres 1, 3, 7).

[2] P. HALMOS : *Introduction à la théorie des ensembles* (Gauthiers-Villars, 1967 ; reimpression : Jacques Gabay, 1997). Version originale : *Naïve Set Theory*, (Van Nostrand, 1960, dernière édition : Springer, 1998)

COURS FONDAMENTAL DE LOGIQUE MATHEMATIQUE I :
THEORIE DES MODELES ET THEORIE DES ENSEMBLES

Martin HILS

PROGRAMME

Calcul des prédicats : théorèmes de complétude et de compacité.

Eléments de théorie des modèles : extensions élémentaires, théorèmes de Löwenheim-Skolem, méthode des diagrammes ; théorèmes de préservation ; décidabilité de quelques théories axiomatiques ; ultraproduits, théorème de Los.

Théorie des ensembles : ordinaux ; récurrence transfinie ; axiome du choix et énoncés équivalents ; arithmétique des cardinaux infinis ; axiome de fondation ; schéma de réflexion ; résultats élémentaires de cohérence relative.

BIBLIOGRAPHIE

[1] C.C. CHANG & H.J. KEISLER : *Model Theory* (North-Holland, 1990).

[2] R. CORI & D. LASCAR : *Logique mathématique : cours et exercices* (Dunod, 2 tomes, 2003).

[3] W. HODGES : *Model Theory* (Cambridge University Press, 1993).

[4] J.L. KRIVINE : *Théorie des Ensembles* (Cassini, 1998).

[5] B. POIZAT : *Cours de Théorie des Modèles* (Nur al-Mantiq wal-Ma'rifah, 1985, distribué par Offilib ; il existe aussi une version anglaise : *A course in Model Theory : An introduction to Contemporary Mathematical Logic*, by Bruno Poizat, translated by Moses Klein, Springer Verlag, 2000).

COURS FONDAMENTAL DE LOGIQUE MATHEMATIQUE II :

CALCULABILITE ET INCOMPLETUDE

Paul ROZIERE

PROGRAMME

Calculabilité : fonctions récursives et fonctions calculables par machine ; caractérisation logique des fonctions calculables ; théorème smn et théorèmes de point fixe ; notions de réduction et problèmes indécidables. Introduction à la complexité : classes, réductions, complétude.

Arithmétique formelle : axiomes de Peano et sous-systèmes faibles ; arithmétisation de la logique ; théorèmes d'indécidabilité ; les théorèmes d'incomplétude de Gödel.

BIBLIOGRAPHIE

[1] J. BARWISE (ed) : *Handbook of Mathematical Logic* (North-Holland, 1977-1999).

[2] R. CORI & D. LASCAR : *Logique mathématique : cours et exercices* (Dunod, 2 tomes, 2003).

[3] R. LASSAIGNE & M. de ROUGEMONT : *Logique et Complexité* (Hermès, 1996).

[4] M. MACHTEY & P. YOUNG : *An introduction to the General Theory of Algorithms* (North Holland, 1978).

[5] J.R. SCHOENFIELD : *Mathematical Logic* (Addison-Wesley, 1967. Assoc. for Symb. Logic, 2001).

[6] R. SMULLYAN : *Les Théorèmes d'Incomplétude de Gödel* (Masson, 1993).

[7] O. GOLDREICH : *Computational Complexity : A Conceptual Perspective* (Cambridge University Press, 2008).

[8] N.D. JONES : *Computability and Complexity : From a Programming Perspective* (MIT Press, 1997).

GROUPE DE TRAVAIL SUR LES COURS FONDAMENTAUX

Sedki BOUGHATTAS & René CORI

Ces séances seront animées essentiellement par les étudiants eux-mêmes. L'objectif est double. Il s'agit d'une part de permettre aux participants, par la résolution d'exercices et problèmes, de s'assurer d'une bonne compréhension du cours. D'autre part, les étudiants auront l'occasion de s'astreindre à rédiger soigneusement et s'exerceront à faire des exposés oraux devant leurs collègues.

Etant donné le volume horaire, il est évident que seule une partie du programme pourra être couverte dans ce groupe de travail.

THEORIE DE LA DEMONSTRATION

Claudia FAGGIAN & Damiano MAZZA

La théorie de la démonstration traite de la formalisation et de l'analyse du raisonnement logique. Puisant ses concepts fondamentaux dans les travaux de Gentzen dans les années 1930, elle cherche à mettre en évidence le contenu calculatoire des preuves à travers l'étude de leur structure et de leur dynamique (élimination des coupures). Dans les années 1960, cette approche est illustrée de manière spectaculaire par la « correspondance de Curry-Howard » reliant les preuves aux programmes via le lambda-calcul. Cette dernière est le point de départ des applications en informatique de la théorie de la démonstration (restreinte alors au cas de la logique intuitionniste, i.e. sans le principe du tiers-exclu). L'introduction de la logique linéaire a permis de donner une nouvelle analyse du panorama de la théorie de la démonstration et a été suivie par l'extension de la correspondance de Curry-Howard à la logique classique.
Le cours sera consacré à l'étude des outils fondamentaux de la théorie de la démonstration et aux développements récents basés sur la logique linéaire et la logique classique. Ce sont les moteurs de ce qu'il est maintenant convenu d'appeler la « logique de programmation ».

PROGRAMME

Logiques classique et intuitionniste :

- Calcul des séquents. Élimination des coupures.
- Déduction naturelle.
- Interprétations calculatoires (Curry-Howard).
- Sémantiques catégorique et dénotationnelle.

Logique linéaire :

- Calcul des séquents et réseaux de preuves.
- Traductions des logiques intuitionniste et classique.
- Modèles.
- Caractérisation de classes de complexité.
- Polarisation et logique classique.

BIBLIOGRAPHIE

[1] J.Y. GIRARD, Y. LAFONT & P. TAYLOR : *Proofs and Types* (Cambridge Tracts in Theoretical Computer Science 7, Cambridge University Press, 1989).

[2] J.Y. GIRARD, Y. LAFONT & L. REGNIER (editors) : *Advances in Linear Logic* (London Mathematical Society Lecture Notes Series 222, Cambridge University Press, 1995).

[3] J.Y. GIRARD : *Le Point Aveugle* (Cours de Logique, Tomes 1 & 2, Collection Visions des Sciences, Hermann, 2006-2007).

[4] J.-L. KRIVINE : Lambda-calcul, types et modèles, (Masson, 1990)

LAMBDA-CALCUL : DES ABSTRACTIONS AUX APPLICATIONS

Alexis SAURIN & Christine TASSON

Le lambda-calcul, introduit par Alonzo Church dans les années 30, se situe à la frontière de l'informatique et de la logique : il est à la fois un formalisme de représentation des fonctions récursives, un système de notation pour les démonstrations intuitionnistes rendant compte de l'élimination des coupures, et la base théorique des langages de programmation fonctionnels permettant aussi bien d'en clarifier la syntaxe (dont l'objet est d'étudier comment s'écrivent les programmes) que la sémantique (dont l'objet est de déterminer la signification des programmes c'est-à-dire, ultimement, ce qu'ils calculent et comment ils calculent). Ces éléments, ajoutés à l'élégance de la théorie du lambda-calcul, ont contribué à en faire la base d'un vaste sujet de recherche.
Dans ce cours, on présentera d'abord les propriétés syntaxiques fondamentales du lambda-calcul pur, les notions catégoriques nécessaires à la définition des modèles du lambda-calcul ainsi que des constructions de modèles concrets, et des systèmes de lambda-calcul typé.
La troisième partie du cours présentera des notions et résultats reliant syntaxe et sémantique et conduisant à des applications et des sujets de recherches actuels. Ce cours s'appuiera sur les cours fondamentaux du premier semestre et tout particulièrement sur le cours d'introduction à la théorie de la démonstration qui en constitue un pré-requis.

PROGRAMME

Syntaxe
- Lambda-calcul pur (non-typé)
- Théorie des réductions dans le lambda-calcul pur (confluence, développements finis, standardisation,...)
- Représentation des fonctions récursives en lambda-calcul et résultats d'indécidabilité

Sémantique
- Sémantique du lambda-calcul simplement typé (catégories cartésiennes fermées, décomposition linéaire/non-linéaire),
- Sémantique du lambda-calcul pur (objet réflexif)
- Sémantique de PCF
- un langage fonctionnel minimal (opérateur de point fixe)

Liens entre syntaxe et sémantique : vers les applications
- Théorème de Böhm et arbres de Böhm
- Lambda-calcul et logique classique (traductions CPS et contrôle)
- Quelques aspects quantitatifs (lambda-calcul avec ressource, sémantique relationnelle vue comme un système de type)
- Quelques aspects interactifs (sémantiques à base de jeux, réalisabilité classique, ...)
- Lambda-calcul et machines abstraites.

BIBLIOGRAPHIE

[1] R. AMADIO, P.-L. CURIEN : Domains and lambda-calculi, Cambridge Tracts in Theoretical Computer Science 46, Cambridge University Press, 1998.
[2] H.-P. BARENDREGT : The lambda-calculus, its syntax and semantics (Studies in Logic, vol. 103, North-Holland, 1984).
[3] P.-L. CURIEN, H. HERBELIN, J.-L. KRIVINE, P.-A. MELLIES : Interactive Models of Computation and Program Behavior, Panorama et Synthèses, Société mathématique de France, 2009
[4] J.-Y. GIRARD, Y. LAFONT & P. TAYLOR : Proofs and Types (Cambridge Tracts in Theoretical Computer Science 7, Cambridge University Press, 1989, disponible sur la page de P. Taylor).
[5] J.-R. HINDLEY & J.-P. SELDIN : Lambda-Calculus and Combinators : an Introduction (with Roger Hindley), Cambridge Univeristy Press, 2008.
[6] J.-L. KRIVINE : Lambda-calcul : Types et Modèles (Masson, 1990), ou E. HORWOOD : Lambda-calculus : types and models (version augmentée, en anglais, 1992).
[7] B.C. PIERCE : Types and Programming Languages (MIT Press, 2002).

THEORIE DE LA DUALITE EN LOGIQUE INFORMATIQUE

Mai GEHRKE

La dualité de Stone montre que la catégorie des algèbres de Boole avec leurs homomorphismes est équivalente à l'opposée de celle des espaces compacts qui possèdent une base d'ouverts-fermés. Le fait que ce soit une équivalence entre une catégorie et l'opposée d'une autre signifie que les sous-objets d'un coté correspondent aux quotients de l'autre et que les produits d'un coté correspondent aux coproduits (ou sommes) de l'autre. Cela donne aux dualités leur puissance toute particulière (voir http://www.liafa.univ-paris-diderot.fr/~mgehrke/oratie.pdf), sections 2 et 3, pour une introduction non technique à la dualité).

La dualité de Stone et ses variantes et ses extensions donnent le lien entre l'approche syntaxique par la déduction et la sémantique en logique. En informatique théorique cette dualité est centrale car les deux cotés correspondent aux langages de spécification et aux espaces des états des systèmes calculatoires, respectivement. Plus récemment, il s'avère aussi que la dualité de Stone est le mécanisme sous-jacent de la théorie d'Eilenberg-Reiterman qui lie les classes de langages formels réguliers aux classes de semigroupes.

PROGRAMME

- Préliminaires : ensembles ordonnés, dcpos, et treillis; éléments de la topologie générale;
- La dualité de Stone : La dualité de Stone/Priestley pour les algèbre de Boole et les treillis distributifs; La dualité entre les espaces sobres et les cadres spatiaux; Bases, treillis à proximités, et le lien entre les dualités ci-dessus; dualité pour les opérations algébriques
- Application à la complétude : Complétude de la logique du premier ordre par la dualité et le théorème de Baire; Complétude par rapport à la sémantique de Kripke de la logique propositionnelle intuitionniste (et modale) par la dualité d'Esakia;
- Applications à l'informatique : Modèles du lambda calcul et les solutions des équations de domaines; La Théorie d'Eilenberg-Reiterman pour languages formels et automates.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Brian DAVEY et Hilary PRISTLEY, Introduction to lattices and order, Cambridge University Press 2002.

[2] Kazimierz KURATOWSKI, Topologie I, 1958 (voir : http://www.gabay-editeur.com/KURATOWSKI-Topologie-I-et-II-t-I-4e-ed-1958-et-t-II-3e-ed-1961).

[3] Peter T. JOHNSTONE, Stone spaces, Cambridge University Press (Cambridge Studies in Advanced Mathematics) 1986.

[4] Pierre-Louis CURIEN et Roberto M. AMADIO, Domains and Lambda-Calculi, Cambridge Tracts in Theoretical Computer Science 2008.

[5] Jorge ALMEIDA, Finite Semigroups and Universal Algebra, World Scientific, Singapore, 1995.

THEORIE DES MODELES FINIS ET COMPLEXITE DESCRIPTIVE

Manuel BODIRSKY & Arnaud DURAND

La théorie des modèles restreintes aux structures finies est née dans les années 70 et a connu un essor important en grande partie pour les liens forts qu'elle entretient avec la théorie de la complexité ou avec des domaines de l'informatique comme la théorie des bases de données, les contraintes, les jeux etc. Dans ce cours, on présentera une introduction à cette discipline (définissabilité sur les structures finies, jeux, théorèmes de préservations,…) ainsi que les résultats classiques de complexité descriptive (caractérisation de classes de complexité, complexité de Datalog).

Le cours s'intéressera ensuite à la complexité des problèmes de model-checking (i.e. déterminer si une structure finie satisfait une formule donnée) que l'on étudiera à travers différentes techniques notamment modèle-théoriques (application du théorème de Feferman-Vaught), ainsi qu'à la complexité des problèmes de satisfaction de contraintes.

PROGRAMME

- Complexité descriptive : logique existentielle du second ordre (ESO) et NP, caractérisation du temps polynomial et des classes au dessus de NP.
- Logique du premier ordre (FO) et modèles finis : Jeux d'Ehrenfeucht-Fraïssé et types, non définissabilité, extension à la logique monadique du second ordre (MSO)
- Model-checking de FO et MSO : requêtes conjonctives et satisfaction de contraintes (CSP), théorème de Feferman-Vaught, applications à la complexité de MSO sur les graphes de largeurs arborescentes bornées
- Fragments de ESO : monadic NP, strict NP, monotone (monadic) NP, CSP à domaine finis
- Théorèmes de préservation : résultats classiques de théorie des modèles, théorèmes de préservation sur les modèles finis, application à la classification de la complexité.
- Datalog : introduction et exemples, liens avec les jeux à k-jetons, résultats d'inexpressivité, Datalog et CSPs à domaines finis (Datalog-width collapse).

BIBLIOGRAPHIE

[1] Wilfrid Hodges, A shorter model theory, Cambridge University Press, 1997

[2] Neil Immerman, Descriptive Complexity, Springer, 1999

[3] Leonid Libkin, Elements of finite model theory, Springer, 2004

THEORIE DES MODELES : OUTILS CLASSIQUES

Patrick SIMONETTA

Ce cours supposera connues les notions de théorie des modèles du cours fondamental. Dans une première partie, il abordera certaines des constructions de base en théorie des modèles et les illustrera par des exemples algébriques. La deuxième partie sera consacrée à l'étude des théories $\aleph 1$ - catégoriques et servira comme introduction à la théorie des modèles géométrique.

PROGRAMME

- Espaces des types, modèles saturés, Théorème d'omission des types, modèles atomiques, Théorème de Ryll-Nardzewski
- Va-et-vient infini, élimination des quanteurs,
- Corps algébriquement clos, Théorème d'Ax sur les apllications polynomiales
- Corps réels clos et théories o-minimales
- Théorème de Ramsey, suites indiscernables, modèles d'Ehrenfeucht-Mostowski.
- Rang de Morley, théories ω-stables, ensembles fortement minimaux, Théorème de catégoricité de Morley
- Pré géométries associées aux ensembles fortement minimal
- Théorème de Baldwin-Lachlan sur les théories $\aleph 1$ - catégoriques

BIBLIOGRAPHIE

[1] D. MARKER, Model theory. An introduction, Graduate Texts in Mathematics 217, Springer Verlag, New York, 202

[2] W. HODGES, Model theory, Encyclopedia of Mathematics and its Applications 42, Cambridge University Press, Cambridge, 1993.

[3] B. POIZAT, Cours de théorie des modèles, Nur alMantiq walMa'arifah, Villeurbanne, 1985.

GROUPES ET CORPS STABLES

Amador MARTIN-PIZARRO

L'objectif de ce cours est d'introduire des techniques classiques en théorie des modèles géométriques dans l'étude des groupes stables, comme la configuration de groupe ou les propriétés des génériques, ainsi que d'illustrer comment ces techniques s'appliquent, particulièrement dans le cas ω-stable : théorème d'indécomposables, composantes connexes et analyse de Hrushovski, parmi d'autres.

Ce cours est une continuation naturelle du cours « Théorie des modèles : les outils classiques ». Cependant, les notions de stabilité requises seront introduites dans la première partie (environ un tiers du cours), quoique dans ledit cours elles seront traitées de façon plus détaillée.

Dans la deuxième partie du cours, on finira avec l'étude des groupes ω-stables, en particulier, des groupes de rang de Morley petit, ainsi que la configuration de groupe dûe à Hrushovski.

PROGRAMME

Eléments de stabilité
- Rappel de stabilité : Théorème de Morley, indiscernibles, ensembles fortement minimaux, RM
- Héritiers, cohéritiers et définissabilité des types
- Déviation et propriétés
- Bases canoniques et élimination d'imaginaires

Groupes ω-stables
- Conditions de chaîne et composantes connexes.
- Génériques
- Théorème d'indécomposables.
- Analyse de Hrushovski.

Corps ω-stables
- Corps de RM fini et Théorème de Macintyre
- Groupes minimaux
- Groupes de RM petit

Configuration de groupe
- Configuration de groupe
- Groupes définissables dans le corps réel

Références

[1] K. Tent et M. Ziegler, A course in model theory, Lecture Notes in Logic 40, ASL, Cambridge University Press, Cambridge, 2012. x+248 pp. ISBN: 978-0-521-76324-0

[2] B. Poizat, Groupes stables : Une tentative de conciliation entre la géométrie algébrique et la logique mathématique, Nur al-Mantiq wal-Ma'rifah 2, Bruno Poizat, Lyon, 1987. vi+218 pp. ISBN: 2-9500919-1-1

[3] A. Pillay, An introduction to stability theory, Oxford Logic Guides 8, Oxford University Press, New York, 1983. xii+146 pp. ISBN: 0-19-853186-9 (Republished by Dover)

[4] A. Pillay, Geometric stability theory, Oxford Logic Guides 32, Oxford University Press, New York, 1996. x+361 pp. ISBN: 0-19-853437-X

THEORIE DES ENSEMBLES

Ramez LABIB-SAMI

Le 8 août 1900, lors du second Congrès International des mathématiques, à Paris, David Hilbert énonça une liste de 23 problèmes mathématiques qui, selon lui, devaient servir de guide pour les recherches à venir dans le nouveau siècle. Le premier problème de cette liste, l'hypothèse du continu de Cantor, a été résolu, en deux temps : par Gödel (1938) qui construisit un modèle interne de l'hypothèse généralisée du continu, et par Paul Cohen (1963), qui a inventé une construction de modèle pour la négation de l'hypothèse de Cantor.

PROGRAMME

Ce cours couvrira principalement les deux constructions de modèles de la théorie des ensembles introduites par Gödel et Cohen :

Modèles internes : principalement, les ensembles constructibles de Gödel, cohérence de l'axiome du choix et de l'hypothèse généralisée du continu, quelques conséquenses de l'axiome de constructibilité.

Forcing : constructions de base ; modèles pour l'indépendance de l'hypothèse du continu, de l'axiome du choix ; modèle de Lévy-Solovay.

BIBLIOGRAPHIE

[1] T.JECH : Set Theory (Springer Verlag, 2002).

[2] J.-L. KRIVINE : Theorie des ensembles (Cassini, 1998).

[3] K. KUNEN : Set Theory (North-Holland, 1983).

[4] A. LEVY : Basic Set Theory (Springer Verlag, 1979).

[5] Y. N. MOSCHOVAKIS : Descriptive Set Theory (North-Holland, 1980).

GRANDS CARDINAUX

Boban VELICKOVIC

Il est bien connu que les axiomes standards de la théorie des ensembles, ZFC, ne décident pas de nombreuses questions importantes en mathématiques. Une façon naturelle pour compléter la théorie ZFC est de rajouter des axiomes de grands cardinaux. Nous allons présenter les principaux de ces axiomes (cardinaux inaccessible, faiblement compact, mesurable, supercompact, etc) et leurs propriétés ainsi que les applications de ces axiomes en d'autres domaines de mathématiques.

BIBLIOGRAPHIE

[1] T. JECH : Set theory (Academic Press , 1978.

[2] J.-L. KRIVINE : Théorie des ensembles (Cassini, 1998).

[3] K. KUNEN : Set theory (Academic Press, 1980).

[4] A.LEVY : Basic set theory (Springer Verlag, 1979).

[5] A. KANAMORI : The higher infinite : Large cardinals in set theory from their beginnings (Springer Verlag, 2003)

INTRODUCTION A LA THEORIE DE LA DEMONSTRATION

Thierry JOLY

Ce cours a pour tout premier objectif de présenter des notions de base indispensables pour suivre les cours de théorie de la démonstration et de lambda-calcul du second semestre.
En conclusion de ce cours, on s'intéressera plus particulièrement à la correspondance preuve/programme, que l'on mettra en œuvre dans le cadre intuitionniste du système T de Gödel.

PROGRAMME

Déduction naturelle du premier ordre. Système NJ. Logique intuitionniste et son interprétation BHK. Élimination des coupures de NJ. Propriétés de la sous-formule et du témoin.

Calcul des séquents du premier ordre. Calculs LJ et LK. Élimination des coupures et théorème du séquent médian. Théorème de Herbrand.

Lambda-calcul typé. Propriétés de normalisation forte, de confluence et de standardisation. Correspondance de Curry-Howard. Système T. Réalisabilité et correction des programmes.

MODÈLES DE LA PROGRAMMATION

Emmanuel CHAILLOUX

Ce cours propose une mise à niveau en programmation à travers divers styles de conception et d'écriture des programmes : fonctionnel, impératif et objet.

Le cours s'appuiera sur le langage O'Caml autorisant les trois styles évoqués. Il sera accompagné de séances de travaux dirigés en salle machine.

BIBLIOGRAPHIE

[1] E. CHAILLOUX, P. MANOURY & B. PAGANO : *Développement d'applications avec Objective Caml* (O'Reilly, 2000).

[2] G. COUSINEAU & M. MAUNY : *Approche fonctionnelle de la programmation* (Ediscience, 1995).

[3] C.A. GUNTER : *Semantics of Programming Languages : structures and techniques. Foundations of Computing* (MIT Press, 1992).

[4] X. LEROY (with D. Remy, J. Vouillon and D. Doligez) : *The Objective Caml System* (Documentation and user's guide, release 2.02, http://caml.inria.fr/ocaml).

[5] P. WEIS & X. LEROY : *Le Langage Caml* (Inter Edition, 1993).

INITIATION A LA PREUVE FORMELLE ASSISTEE PAR ORDINATEUR

Christophe RAFFALLI

3 heures de cours introductif + cours et travaux dirigés en salles machines.

Depuis plusieurs années, la preuve formelle sur machine se développe. Plusieurs systèmes existent : Coq, Isabelle, Mizar...

Dans ce cours, nous utiliserons PhoX pour démontrer des résultats mathématiques (non triviaux) et éventuellement la correction de petits programmes ML.

Un cours de 3 heures introduira les concepts de base qui seront illustrés par une prise en main du système lors de la première séance sur ordinateur. Les autres séances seront consacrées à des exemples plus aboutis en mathématiques (ou en informatique pour ceux qui le désirent) choisis en partie par les étudiants.